LOGARITMOS

DEFINICIÓN

$$\boxed{\log_a x = y \iff a^y = x \qquad a > 0 \quad a \neq 1}$$

Logaritmo decimal: Llamamos logaritmo decimal al logaritmo en base 10 y lo designamos por $\log x$ en lugar de $\log_{10} x$.

Logaritmo neperiano: Llamamos logaritmo neperiano al logaritmo en base *e* y lo designamos por $\ln x$ en lugar de $\log_e x$.

PROPIEDADES

1) $\log_a x$ existe $\iff x > 0$
2) $\log_a x = \log_a y \iff x = y$
3) $\log_a a = 1$
4) $\log_a 1 = 0$
5) Logaritmo de un producto: $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
6) Logaritmo de un cociente: $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
7) Logaritmo de una potencia: $\log_a x^n = n \cdot \log_a x$
8) Cambio de base: $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$
9) $\log_a a^k = k$
10) $a^{\log_a k} = k$

1. Calcula, aplicando la definición, los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 27$	b) $\log_2 128$	c) $\log_{\frac{1}{2}} 64$	d) $\log_{\sqrt{2}} 32$	e) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{9}$
f) $\log_{2\sqrt{2}} 0{,}25$	g) $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{2\sqrt{8}}$	h) $\log_{0{,}5} \sqrt[3]{16}$	i) $\ln \sqrt[5]{e^2}$	j) $\ln \dfrac{e^2}{\sqrt{e}}$
k) $\log 0{,}0001$	l) $\log 0$	m) $\log(-10)^6$	n) $\log(-10^6)$	o) $\log_5 5\sqrt{5}$
p) $\log\sqrt{0{,}01}$	q) $\log_6 \sqrt[5]{216^{-1}}$	r) $\log_{\sqrt{\frac{1}{5}}} 0{,}04$	s) $\log_4 \dfrac{1}{\sqrt[3]{1024}}$	t) $\log_{128} \sqrt[3]{2}$
u) $\log_{\frac{1}{9}} \dfrac{\sqrt[4]{3}}{9}$	v) $\log_3 \dfrac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{27}}$	w) $\log_2(-16)$	x) $\ln \dfrac{1}{e^3}$	y) $\log_{-3} 81$

2. Calcula (utilizando la definición de logaritmo) el valor de:

a) $\log_{25} \dfrac{1}{\sqrt[5]{5}} - \log_3 \sqrt{243} + \log_{16} \dfrac{1}{4}$	b) $\log_2 \sqrt[6]{0{,}5} - \log_{49} \dfrac{1}{7} - \log_{216} 6 - \log_4 \sqrt{2\sqrt{2}}$
c) $3 \cdot \log_4 \sqrt{128} + 2 \cdot \log_8 0{,}25 - 8 \cdot \log_9 \dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$	d) $\dfrac{1}{4} \cdot \log_3 \sqrt[3]{81} - \dfrac{1}{5} \cdot \log_{0{,}5} 32 + 12 \cdot \log_{25} \dfrac{1}{\sqrt[3]{5}}$

3. Utilizando la definición de logaritmos, halla el valor de x en cada caso:

a) $\log_x 7 = -2$	b) $\log_x 7 = \dfrac{1}{2}$	c) $\log_7 x^4 = 2$	d) $\log_x \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}$
e) $\log_7 (7x) = 2$	f) $\log_x \dfrac{1}{3} = -\dfrac{1}{2}$	g) $\log_x 0{,}001 = -3$	h) $\log_2 x = -\dfrac{1}{2}$
i) $\log_x 0{,}015625 = -3$	j) $\log_{\frac{1}{8}} x = \dfrac{1}{3}$	k) $\log_x e = -3$	l) $\log_x 3 = -\dfrac{1}{3}$

4. Toma logaritmos en las siguientes expresiones y desarrolla:

a) $t = \dfrac{x^3 \cdot y}{z^5}$	b) $s = \sqrt{x^3 \cdot y^5 \cdot z^2}$	c) $D = \dfrac{A^4}{B^5 \cdot \sqrt{C}}$	d) $E = \sqrt{\dfrac{A}{B \cdot \sqrt[3]{C}}}$	e) $E^3 = \dfrac{A^2 \cdot B}{C \cdot \sqrt{D}}$	f) $E = \sqrt[3]{\dfrac{A^2}{B \cdot \sqrt{C} \cdot D^2}}$

5. Pasa a forma algebraica:

a) $\dfrac{1}{2}\log C = 3\log A - \log 2 + 2\log B$	b) $\dfrac{1}{3}\log A = \dfrac{2}{3}\log B - \log C + 3\log D$
c) $2 - \log D = 2\log A - 3\log B - 4\log C$	d) $\log A = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\log B + \log C - \dfrac{2}{3}\log D$

6. Sabiendo que $\log 2 = 0{,}301$ y $\log 3 = 0{,}477$ calcula:

a) $\log 12$	b) $\log 0{,}0002$	c) $\log \sqrt[5]{6}$	d) $\log 27000$
e) $\log \dfrac{\sqrt{32}}{6}$	f) $\log 0{,}0125$	g) $\log \sqrt[5]{0{,}48}$	h) $\log \dfrac{1}{\sqrt[4]{0{,}6}}$
i) $\log 3{,}6$	j) $\log 360$	k) $\log(5 \cdot \sqrt[3]{9})$	l) $\log\left(0{,}6 \cdot \sqrt[3]{4}\right)$

7. Calcula (utilizando la definición de logaritmos y/o sus propiedades) el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log_3[\log_2(10+\log 0{,}01)]$	b) $\log_5(25^5 \cdot 0{,}008^2) =$	c) $\log_2\left(\dfrac{4\cdot 0{,}125^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2}}\right) =$	d) $\log_2 \sqrt[5]{\dfrac{16^2}{0{,}5\cdot\sqrt{2}}} =$

8. Sabiendo que $\log 2 = 0{,}301$, $\log 3 = 0{,}477$ y utilizando el cambio de base calcula:

a) $\log_3 32$	b) $\log_2 81$	c) $\log_4 0{,}3$	d) $\log_{\sqrt{2}} 27$
e) $\log_8 3$	f) $\log_{\sqrt{3}} 8$	g) $\log_{0{,}5} \sqrt[5]{3}$	h) $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[3]{0{,}03}$

9. Comprueba que $\dfrac{\log \frac{1}{a} + \log\sqrt{a}}{\log a^3} = -\dfrac{1}{6}$ (siendo $a \neq 1$)

SOLUCIONES LOGARITMOS

Ejercicio 1

a) 3	b) 7	c) -6	d) 10	e) $-2/3$	f) $-4/3$	g) $5/2$	h) $-4/3$	i) $2/5$
j) $3/2$	k) -4	l) $\nexists$	m) 6	n) $\nexists$	o) $3/2$	p) -1	q) $-3/5$	r) 4
s) $-5/3$	t) $1/21$	u) $7/8$	v) $-5/4$	w) $\nexists$	x) -3	y) $\nexists$		

Ejercicio 2

a) $-31/10$	b) $-3/8$	c) $59/12$	d) $-2/3$

Ejercicio 3

a) $x=\sqrt{7}/7$	b) $x=49$	c) $x=\pm\sqrt{7}$	d) $x=16$	e) 7	f) 9
g) 10	h) $x=\sqrt{2}/2$	i) $x=4$	j) $x=1/2$	k) $\sqrt[3]{1/e}$	l) $1/27$

Ejercicio 4

a) $\log t = 3\log x + \log y - 5\log z$	b) $\log s = \frac{3}{2}\log x + \frac{5}{2}\log y + \log z$
c) $\log D = 4\log A - 5\log B - \frac{1}{2}\log C$	d) $\log E = \frac{1}{2}\log A - \frac{1}{2}\log B - \frac{1}{6}\log C$
e) $3\log E = 2\log A + \log B - \log C - \frac{1}{2}\log D$	f) $\log E = \frac{2}{3}\log A - \frac{1}{3}\log B - \frac{1}{6}\log C - \frac{2}{3}\log D$

Ejercicio 5

a) $\sqrt{C} = \dfrac{A^3\cdot B^2}{2}$	b) $\sqrt[3]{A} = \dfrac{\sqrt[3]{B^2}\cdot D^3}{C}$	c) $\dfrac{100}{D} = \dfrac{A^2}{B^3\cdot C^4}$	d) $A = \dfrac{\sqrt{10}\cdot C}{\sqrt[3]{B\cdot D^2}}$

Ejercicio 6

a) $1{,}079$	b) $-3{,}699$	c) $0{,}1556$	d) $4{,}431$
e) $-0{,}026$	f) $-1{,}903$	g) $-0{,}064$	h) $0{,}055$
i) $0{,}556$	j) $2{,}556$	k) $1{,}017$	l) $-0{,}021$

Ejercicio 7

a) 1	b) 4	c) -3	d) $17/10$

Ejercicio 8

a) $3{,}155$	b) $6{,}339$	c) $-0{,}868$	d) $9{,}510$
e) $0{,}528$	f) $3{,}786$	g) $-0{,}3170$	h) $3{,}373$