

TEORÍA DE NÚMEROS ENTEROS (Z)

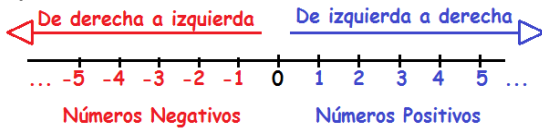
Def. de Números enteros. Los números enteros son los números naturales $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ y además sus correspondientes negativos $\{-1, -2, -3, \dots\}$.

Así, los números enteros son $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
Notación: $5 = +5 = (+5)$; $-5 = (-5)$.

Clasificación. Los números enteros se clasifican en:

- Positivos: 1, 2, 3, 4, ...
- Cero: 0.
- Negativos: -1, -2, -3, -4, ...

Representación en la recta.



Operaciones que ya sabemos de números enteros.

- a) $+2+5=2+5=7$; b) $+3+(+7)=3+7=10$; c) $(+8)+(4)=8+4=12$;
d) $+7-3=7-3=4$; e) $+11-(+5)=11-5=6$; f) $(+9)-(4)=9-4=5$.

Para qué sirven. Sirven para representar cuantitativamente situaciones que pueden tener valores contrarios.

Ejemplo: Cinco grados sobre cero = $+5^\circ$.
Cinco grados bajo cero = -5° .

Def. Valor absoluto. El valor absoluto de un número es igual a su distancia al origen (al cero).

El valor absoluto de a se denota $|a|$.

Ejemplo. $|+5| = 5$; $|6| = 6$; $|-7| = 7$; $|0| = 0$.

Def. Opuesto. El opuesto de un número es el número de igual valor absoluto y signo contrario.

El opuesto de a se denota $op(a)$ o también $-a$.

Ejemplo. $op(+5) = -5$; $op(6) = -6$; $op(-7) = 7$; $op(0) = 0$.

Ejemplo. $-(+5) = -5$; $-(6) = -6$; $-(-7) = 7$; $-0 = 0$.

Comparar números. Al imaginar dos números enteros en la recta, el mayor es el que esté más a la derecha y el menor es el que esté más a la izquierda. Tenemos los siguientes trucos:

- Un número positivo siempre es mayor que 0 y 0 siempre es mayor que un número negativo.

Ejemplo. $4 > 0$; $0 > -5$; $4 > -5$.

- De entre dos números positivos el mayor es el de mayor valor absoluto.

Ejemplo. $5 > 4$.

- De entre dos números negativos el mayor es el de menor valor absoluto.

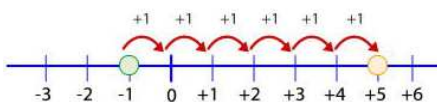
Ejemplo. $-4 > -5$.

Def. Paréntesis ortográfico. No puede haber dos signos seguidos (iguales o distintos) salvo que estén separados por paréntesis. A este paréntesis lo llamaremos *paréntesis ortográfico*.

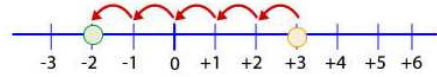
Ejemplo. $4 \cdot +5$ Mal; $4 \cdot (+5)$ Bien; $4 - +5$ Mal; $4 - (+5)$ Bien.

Suma y resta sin () ortográficos usando la recta. Para sumar un número positivo nos movemos hacia la derecha tantas veces como indique el número.

Para restar un número positivo nos movemos hacia la izquierda tantas veces como indique el número.



$-1+5 = 4$.



$3-5 = -2$.

Regla del ascensor para + y - sin () ortográficos.

- Si los dos números van precedidos del mismo signo, se pone dicho signo y se suman los valores absolutos.

Ejemplo. $+4+6 = +10$; $-4-6 = -10$.

- Si los dos números van precedidos de signo contrario, se pone el signo del que tenga mayor valor absoluto y se resta el mayor valor absoluto menos el menor valor absoluto.

Ejemplo. $-4+6 = +2$; $+4-6 = -2$; $+6-4 = +2$; $-6+4 = -2$.

Regla para quitar () ortográfico en sumas y restas.

Subir (+8) pisos es lo mismo que subir 8 pisos. $+(+8) = +8$.

Bajar (+8) pisos es lo mismo que bajar 8 pisos. $-(+8) = -8$.

Subir (-8) pisos es lo mismo que bajar 8 pisos. $+(-8) = -8$.

Bajar (-8) pisos es lo mismo que subir 8 pisos. $-(-8) = +8$.

Si tiene mismo signo: +. Si tiene distinto signo: -.

Ejemplo. $5+(+4)=5+4$; $5+(-4)=5-4$; $5-(-4)=5+4$; $5-(-4)=5+4$.

Regla para + y - con () ortográfico.

1º Quitaremos el paréntesis ortográfico con la regla anterior.

2º Haremos la suma o resta con la regla del ascensor.

Ejemplo. $(-3)-(+7) = -3-7 = -10$.

Otra forma de entender la resta. Hacer la resta $a-b$ es lo mismo que hacer la suma $a+(-b)$. Así que restar es lo mismo que sumar el opuesto.

Ejemplo. $8-7 = 8+(-7)$.

Regla de los signos para el producto y la división.

Si tienen el mismo signo: +. Si tiene distinto signo: -.

Ejemplo. $(+8) \cdot (+9)$ es positivo; $(+8) \cdot (-9)$ es negativo;

$(-8) \cdot (+9)$ es negativo; $(-8) \cdot (-9)$ es positivo.

Ejemplo. $(+20) : (+4)$ es positivo; $(+20) : (-4)$ es negativo;

$(-20) : (+4)$ es negativo; $(-20) : (-4)$ es positivo.

Regla para multiplicar y dividir.

1º Se pone el signo usando la regla de los signos del \cdot y la $/$.

2º Se multiplica o dividen los valores absolutos según corresponda.

Ejemplo. $(+8) \cdot (+9) = +72$; $(+8) \cdot (-9) = -72$;

$(-8) \cdot (+9) = -72$; $(-8) \cdot (-9) = +72$.

Ejemplo. $(+20) : (+4) = +5$; $(+20) : (-4) = -5$;

$(-20) : (+4) = -5$; $(-20) : (-4) = +5$.

Regla de los signos para más de un producto y/o división.

Si la cantidad de números negativos es par, entonces es positivo. Si la cantidad de números negativos es impar entonces es negativo.

Ejemplo. $3 \cdot (-4) \cdot (-5)$ es positivo. $3 \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-2)$ es negativo.

Operaciones combinadas. La prioridad en las operaciones combinadas es la misma que estudiamos con los números naturales:

1º Paréntesis. Dentro de los paréntesis, primero los que no tengan otros paréntesis dentro. Recuerda que paréntesis, corchetes y llaves significan lo mismo.

2º Potencias y raíces. En este tema aún no hemos estudiado las potencias y raíces de números negativos.

3º Productos y divisiones. Dentro de productos y divisiones haremos primero la operación que se encuentre más a la izquierda.

4º Sumas y restas. Dentro de sumas y restas haremos primero la operación que se encuentre más a la izquierda.