**1.** Halla el dominio de continuidad y clasifica las discontinuidades de las siguientes funciones:

| | | |
|---|---|---|
| **1)** $f(x)=x^3-\frac{2}{5}x^2+5x-3$ | **2)** $f(x)=\frac{x+2}{x^2+4}$ | **3)** $f(x)=5^{x^2+1}$ |
| **4)** $f(x)=\ln\ (e^x+1)$ | **5)** $f(x)=\frac{x^2-4x}{x^2-7x+12}$ | **6)** $f(x)=\frac{x+3}{(x-1)^2}$ |
| **7)** $f(x)=\frac{x^3-2x^2-x+2}{x^2-4}$ | **8)** $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$ | **9)** $f(x)=\frac{(x-1)^2}{2x-2}$ |
| **10)** $f(x)=\frac{2^{\frac{1}{x}}}{1+x}$ | **11)** $f(x)=\frac{1}{1-e^x}$ | **12)** $f(x)=\frac{2}{3^x-9}$ |
| **13)** $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x-1}$ | **14)** $f(x)=\frac{x^2-x}{\lvert x\rvert-1}$ | **15)** $f(x)=\frac{\lvert x\rvert-1}{x^2-\lvert x\rvert}$ |
| **16)** $f(x)=\frac{x^2+\lvert x\rvert}{x^2-\lvert x\rvert}$ | **17)** $f(x)=\frac{\ln(1+x)}{x}$ | **18)** $f(x)=\frac{x}{\ln x}$ |

**2.** Halla el dominio de continuidad y clasifica las discontinuidades de las siguientes funciones:

| | |
|---|---|
| **1)** $f(x)=\begin{cases}2^x & \text{si} \quad x<1\\ 2 & \text{si} \quad 1<x\le 2\\ -x^2+4x & \text{si} \quad x>2\end{cases}$ <br> Representa la función | **2)** $f(x)=\begin{cases}e^{-x} & \text{si} \quad x\le 0\\ 1 & \text{si} \quad 0<x<1\\ -x^2+4x & \text{si} \quad x\ge 1\end{cases}$ <br> Representa la función |
| **3)** $f(x)=\begin{cases}4 & \text{si} \quad x\le 0\\ \lvert x-1\rvert & \text{si} \quad x>0\end{cases}$ <br> Representa la función | **4)** $f(x)=\begin{cases}2^x & \text{si} \quad x\le 1\\ \lvert -x^2+4\rvert & \text{si} \quad x>1\end{cases}$ <br> Representa la función |
| **5)** $f(x)=\begin{cases}\frac{2x^2+3x-5}{4x^2-25} & \text{si} \quad x\le -2\\ \frac{\sqrt{x+3}-1}{x^2+2x} & \text{si} \quad x>-2\end{cases}$ | **6)** $f(x)=\begin{cases}\frac{-x}{x+3} & \text{si} \quad x<-2\\ 2 & \text{si} \quad -2<x<1\\ x^2-2x & \text{si} \quad x\ge 1\end{cases}$ |
| **7)** $f(x)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad x<-1\\ \frac{3x-1}{2x} & \text{si} \quad -1\le x\le 2\\ x^2-2 & \text{si} \quad x>2\end{cases}$ | **8)** $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{e^x-1} & \text{si} \quad x<0\\ 3x-1 & \text{si} \quad 0\le x<2\\ x^2+1 & \text{si} \quad x\ge 2\end{cases}$ |
| **9)** $f(x)=\begin{cases}5^{\frac{2}{x-1}} & \text{si} \quad x\ne 1\\ 0 & \text{si} \quad x=1\end{cases}$ | **10)** $f(x)=\begin{cases}\frac{3x+9}{x^2-9} & \text{si} \quad x\le 0\\ \frac{3}{x^2-4} & \text{si} \quad x>0\end{cases}$ |

**3.** Responde a las siguientes cuestiones:

a) Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2} & \text{si} \quad x<2 \\ 4 & \text{si} \quad 2<x<5 \\ e^{5-x}+3 & \text{si} \quad x\geq 5 \end{cases}$ halla su dominio y estudia su continuidad

b) Calcula $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

**4.** Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x^2+7x+3}{x^2-9} & \text{si} \quad x\leq -2 \\ \dfrac{\sqrt{x+3}-1}{x^2+2x} & \text{si} \quad x>-2 \end{cases}$ determina su dominio y estudia su continuidad

**5.** Halla los valores de $a$ y $b$ para que la función $f(x)=\begin{cases} e^{x+2}+a & \text{si} \quad x\leq -2 \\ \dfrac{1+x}{3-x} & \text{si} \quad -2<x<1 \\ bx+3 & \text{si} \quad x\geq 1 \end{cases}$ sea continua en su dominio.

**6.** Determina $a$ y $b$ para que $f(x)=\begin{cases} \ln(2+x) & \text{si} \quad x>-1 \\ -x^2+ax+b & \text{si} \quad x\leq -1 \end{cases}$ sea continua en su dominio y $f(-2)=-6$.

**7.** ¿Cuánto ha de valer $f(1)$ para que la función $f(x)=\dfrac{5-\sqrt{24+x}}{x-1}$ sea continua en $x=1$?

**8.** Indica para qué valores de $x$ es discontinua la función $f(x)=\dfrac{x^2+x-m}{6-3x}$. Clasifica según los valores de $m$ el tipo de discontinuida

**9.** Estudia la continuidad de cada una de las siguientes funciones para los distintos valores del parámetro "$a$":

| | |
|---|---|
| **1)** $f(x)=\begin{cases} x^2+ax & \text{si} \quad x\leq 2 \\ a-x^2 & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$ | **2)** $f(x)=\begin{cases} e^{ax} & \text{si} \quad x\leq 0 \\ 2a+x & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$ |
| **3)** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^4-1}{x-1} & \text{si} \quad x\neq 1 \\ a & \text{si} \quad x=1 \end{cases}$ | **4)** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^5+4x^4}{ax^4} & \text{si} \quad x\neq 0 \\ -2 & \text{si} \quad x=0 \end{cases}$ (con $a\neq 0$) |
| **5)** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{(x+a)(x-2)}{x^3-2x^2+x-2} & \text{si} \quad x\neq 2 \\ 6 & \text{si} \quad x=2 \end{cases}$ | **6)** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x^4+3x^3}{(5+a)x^3} & \text{si} \quad x\neq 0 \\ \dfrac{2}{7} & \text{si} \quad x=0 \end{cases}$ (con $a\neq -5$) |

**10.** Consideremos la función $f(x)=\dfrac{2x-4}{x^3+bx^2-6x}$. Sabiendo que es discontinua en $x=2$ calcula $b$ y clasifica sus discontinuidades.

**11.** Consideremos la función $f(x)=\dfrac{3x-4}{x^3+bx^2+8x-4}$. Sabiendo que es discontinua en $x=2$ calcula $b$ y clasifica sus discontinuidades.

**12.** Halla el valor del parámetro o parámetros para qué las siguientes funciones sean continuas en su dominio:

| | |
|---|---|
| **1)** $f(x)=\begin{cases}-2x+1 & \text{si } x<-2\\ ax+2 & \text{si } -2\le x<2\\ x^2+\text{b} & \text{si } x\ge 2\end{cases}$ | **2)** $f(x)=\begin{cases}\ln x & \text{si } x\le 1\\ ax^2+2 & \text{si } x>1\end{cases}$ |
| **3)** $f(x)=\begin{cases}x^2+ax & \text{si } x\le -1\\ b & \text{si } -1<x<3\\ 2x+4 & \text{si } x\ge 3\end{cases}$ | **4)** $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{ax}}{x^2+2} & \text{si } x\le 0\\ x^2+2ax+a & \text{si } x\ge 0\end{cases}$ |
| **5)** $f(x)=\begin{cases}e^x & \text{si } x<1\\ (a^2+2a)x & \text{si } x\ge 1\end{cases}$ | **6)** $f(x)=\begin{cases}a\ln x & \text{si } x<1\\ ax^2-bx+1 & \text{si } 1\le x\le 2\\ \dfrac{\text{b}}{x} & \text{si } x>2\end{cases}$ |

**13.** Se ha estimado que la población de un barrio periférico de una gran ciudad evolucionará siguiendo este modelo:

$$P(t)=\frac{240+20\,t}{16+t}\ \text{(en miles de habitantes)}$$

donde $t$ indica los años transcurridos desde su creación en el año 2005.

a) ¿Qué población tenía dicho barrio en el año 2005?
b) ¿Qué población tendrá dicho barrio en el año 2020?
c) ¿Será posible que la población del barrio duplique a la población inicial?
d) A largo plazo, ¿la población se estabilizará o no?

**14.** El número de individuos (en millones) de una población viene dado por la función:

$$P(t)=\frac{15+t^2}{(t+1)^2}$$

donde $t$ se mide en años transcurridos desde $t=0$

Calcula el tamaño de la población inicial y el tamaño de la población a largo plazo.

**15.** Una empresa ha establecido para sus empleados un incentivo $I(x)$ (en cientos de euros) en relación con el valor $x$ (en cientos de euros) de lo vendido por cada uno. Dicho incentivo sigue la función:

$$I(x)=\begin{cases}0{,}01x & \text{si } 0\le x\le 100\\ \dfrac{30x}{2x+2300} & \text{si } x>100\end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de $I(x)$. Indicar si el incentivo recibido por el empleado es sensiblemente distinto si el valor de las ventas es ligeramente superior o inferior a 10.000 €.
b) ¿Cuál es la cantidad máxima que un empleado podría recibir como incentivo si sus ventas fueran muy grandes? Justifica tu respuesta.

**16.** Un equipo de investigación ha estimado que el tiempo $T(x)$ (en minutos) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento de los deportistas $x$ ( en días) es:

$$T(x) = \begin{cases} \dfrac{300}{x+30} & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 30 \\ \dfrac{1125}{(x-5)(x-15)} + 2 & \text{si} \quad x > 30 \end{cases}$$

a) Justifica que la función $T$ es continua en todo su dominio.

b) Por mucho que se entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 1 minuto? ¿Y en menos de 2?

**17.** El grupo de estudios de una empresa ha comprobado que las pérdidas o ganancias de ésta se ajustan a la función $f(x) = \dfrac{2x-4}{x+2}$ siendo $x$ los años de vida de la empresa $(x \geq 0)$ e $y = f(x)$ en cientos de miles de euros.

a) Representa la función (calcula dominio, puntos de corte con los ejes y asíntotas)

b) ¿En qué año deja de tener pérdidas?

c) ¿Están limitados los beneficios? Si lo están, ¿cuál es su límite?