

9. Determina el dominio y representa gráficamente:

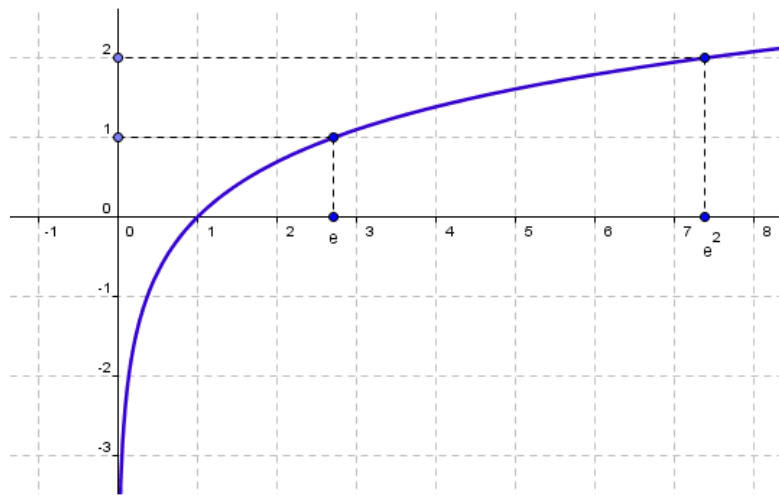
a) $f(x) = |\ln x|$ $\text{Dom}(f) = (0, +\infty)$

▪ Representamos la función logarítmica: $y = \ln x$

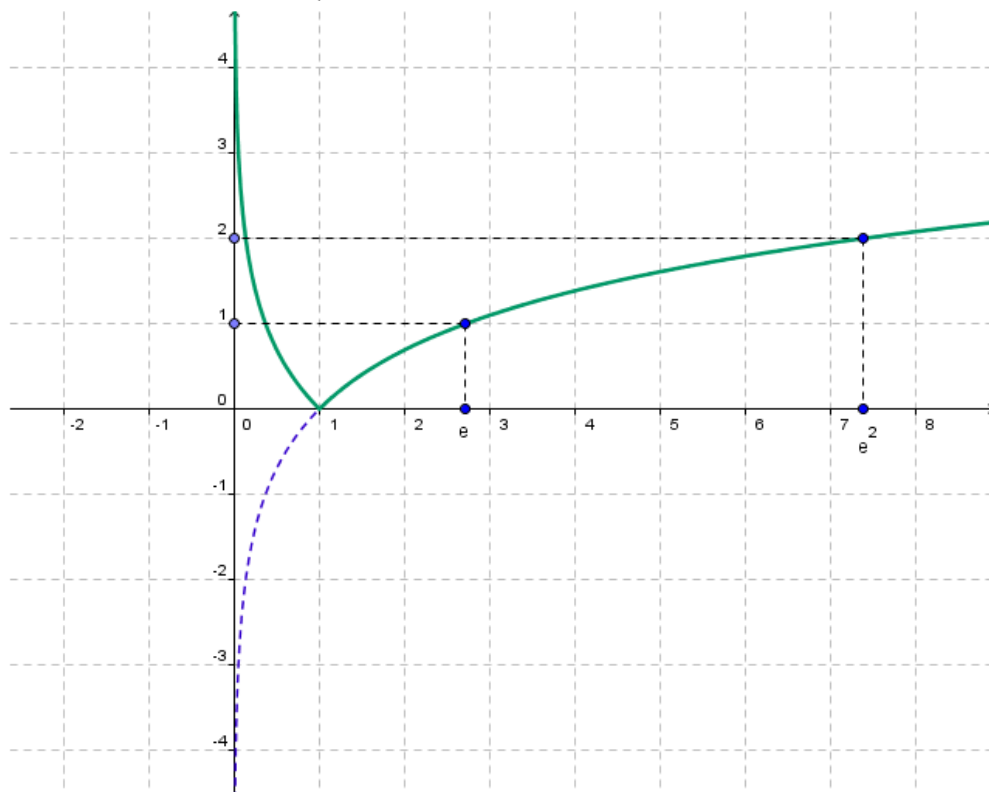
- $\text{Dom}(y = \ln x) = (0, +\infty)$
- Corta al eje OX en el punto (1,0)
- No corta al eje OY
- $x = 0$ es asíntota vertical por la derecha ($\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$)

• Tabla de valores

x	0^+	1	e	e^2
y	$-\infty$	0	1	2



▪ Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



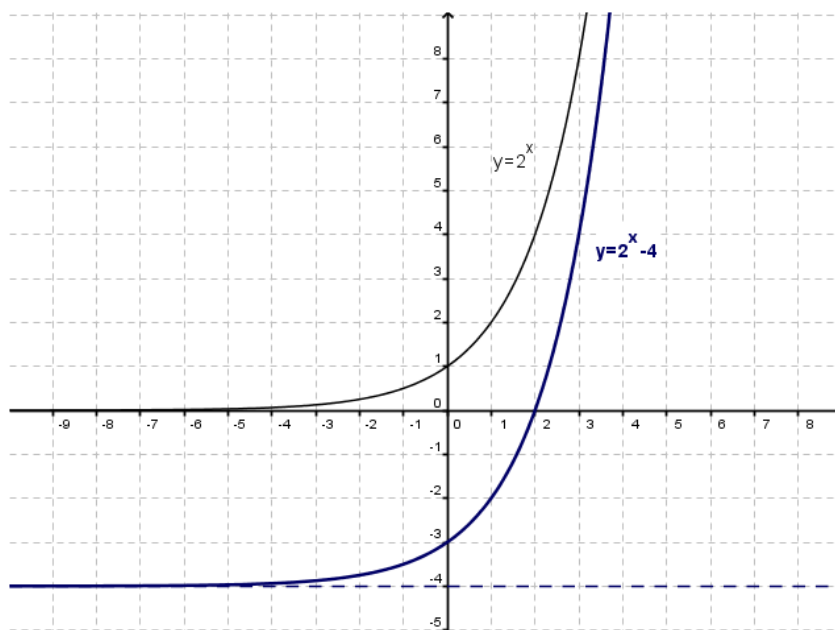
b) $f(x) = |2^x - 4|$

- Representamos la función exponencial: $y = 2^x - 4$ (que, a su vez, es la función $y = 2^x$ trasladada verticalmente 4 unidades hacia abajo)

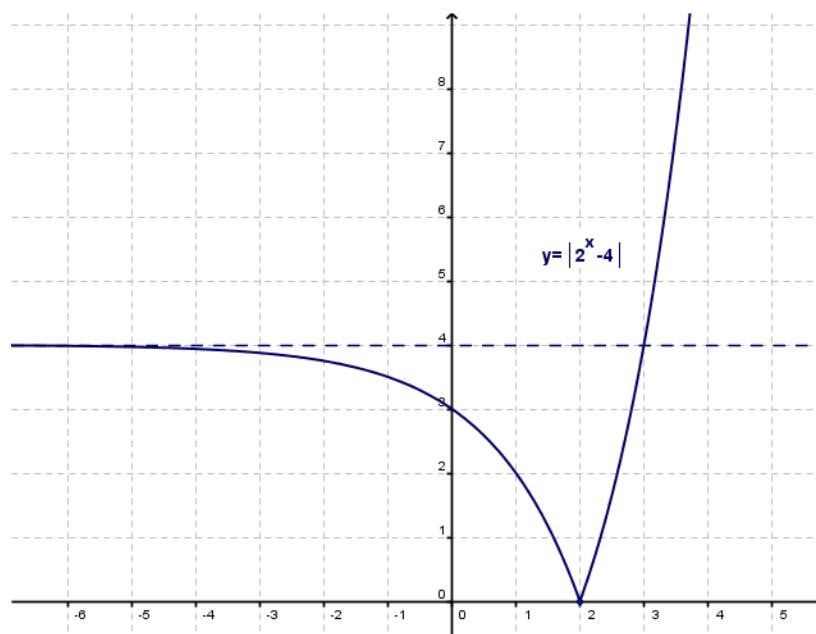
$y = 2^x$

- $Dom(y = 2^x) = \mathfrak{R}$ $Re c(y = 2^x) = (0, +\infty)$
- No corta al eje OX Punto de corte con el eje OY (0,1)
- Asíntota horizontal por la izquierda $y = 0$ ($\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



- Representamos $f(x)$: Recuerda $|A| = \begin{cases} -A & \text{si } A < 0 \\ A & \text{si } A \geq 0 \end{cases}$



$$c) f(x) = \left| \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 \right|$$

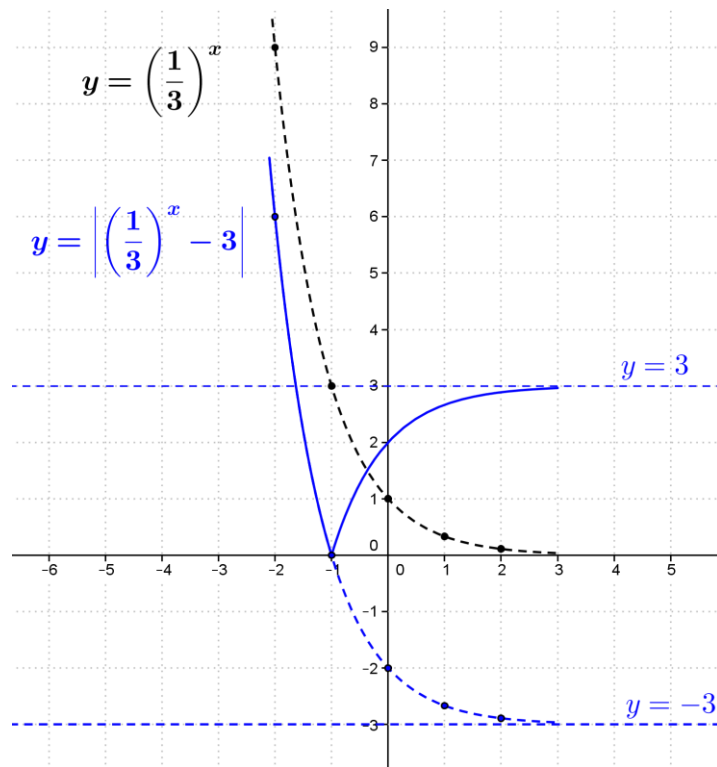
Dominio $\text{Dom}(f) = \text{Dom} \left(y = \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 \right) = \mathfrak{R}$

Representación gráfica

$$f(x) = \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 \rightarrow y = \left(\frac{1}{3} \right)^x \text{ T.V. 3 unidades abajo}$$

$$y = \left(\frac{1}{3} \right)^x \text{ función exponencial}$$

x	-2	-1	0	1	2
y	9	3	1	1/3	1/9



Expresión analítica como función definida a trozos

$$f(x) = \left| \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 \right| = \begin{cases} \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 & \text{si } \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 \geq 0 \\ - \left(\left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 \right) & \text{si } \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} \left(\frac{1}{3} \right)^x - 3 & \text{si } x \leq -1 \\ - \left(\frac{1}{3} \right)^x + 3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

▪ Signo de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$

✓ Dominio = \mathfrak{R}

✓ Ceros

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x - 3 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Rightarrow x = -1$$

	$-\infty$	-1	$+\infty$
Signo de $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$	+	-	

e) $f(x) = |\log_2(x+3)|$

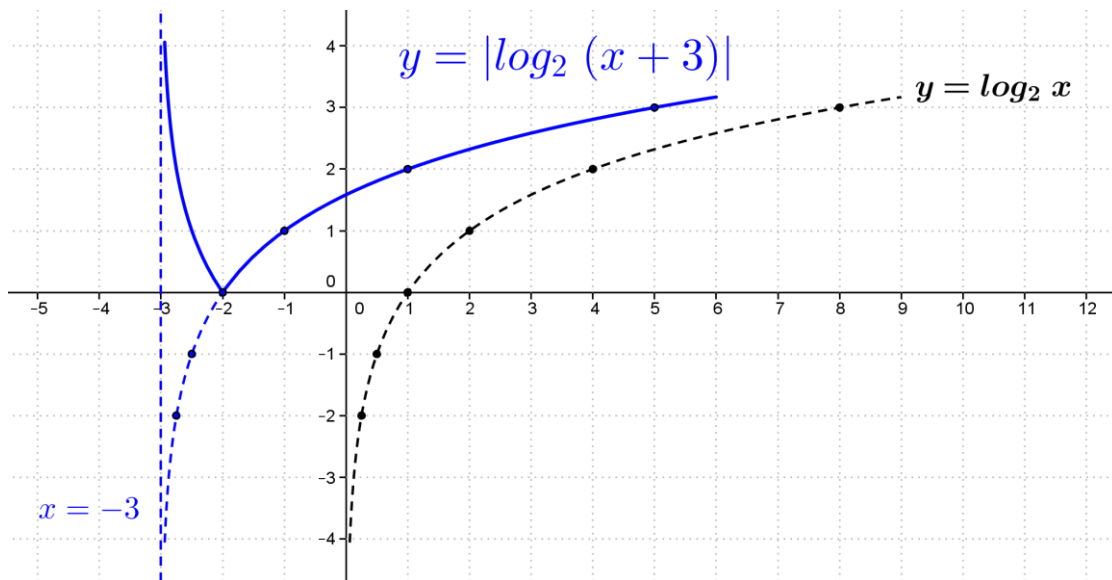
Dominio $\text{Dom}(f) = \text{Dom}(y = \log_2(x+3)) = \{x \in \mathfrak{R} / x+3 > 0\} = (-3, +\infty)$

Representación gráfica

$f(x) = \log_2(x+3) \longrightarrow y = \log_2 x$ T.H. 3 unidades a la izquierda

$y = \log_2 x$ función logarítmica

x	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8
y	-3	-2	-1	0	1	2	3



Expresión analítica como función definida a trozos

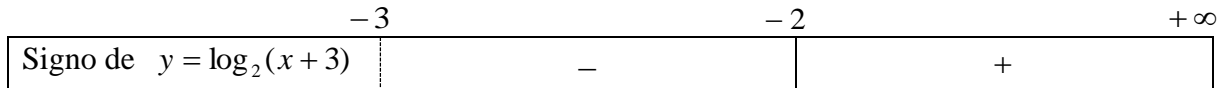
$$f(x) = |\log_2(x+3)| = \begin{cases} \log_2(x+3) & \text{si } \log_2(x+3) \geq 0 \\ -\log_2(x+3) & \text{si } \log_2(x+3) < 0 \end{cases} = \begin{cases} \log_2(x+3) & \text{si } x \geq -2 \\ -\log_2(x+3) & \text{si } -3 < x < -2 \end{cases}$$

▪ Signo de $y = \log_2(x+3)$

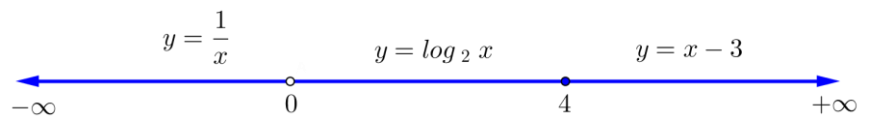
✓ Dominio = $(-3, +\infty)$

✓ Ceros

$$\log_2(x+3) = 0 \Rightarrow 2^0 = x+3 \Rightarrow 1 = x+3 \Rightarrow x = -2$$



$$g) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \log_2 x & \text{si } 0 < x < 4 \\ x-3 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$



Dominio $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

▪ $y = \frac{1}{x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{0\}$

▪ $y = \log_2 x \rightarrow \text{Dominio} = (0, +\infty)$

▪ $y = x - 3 \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$

Representación gráfica

▪ $y = \frac{1}{x} \ (x < 0)$ hipérbola

✓ Asíntota vertical $x = 0$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \end{cases}$ Asíntota horizontal $y = 0$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0^+ \end{cases}$

✓ Tabla de valores

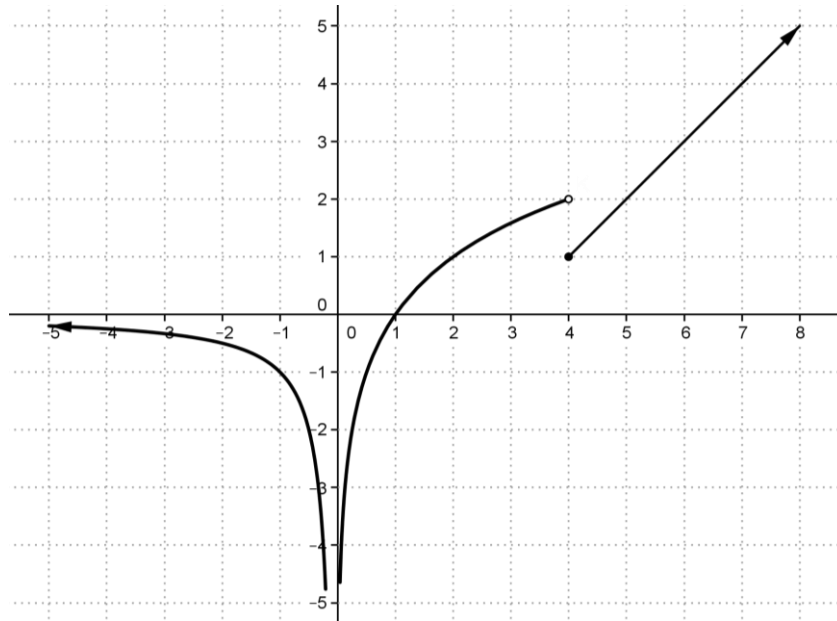
x	-4	-2	-1	-0,5	-0,25
y	-0,25	-0,5	-1	-2	-4

▪ $y = \log_2 x \ (0 < x < 4)$ función logarítmica

x	1/8	1/4	1/2	1	2	4 ⁰
y	-3	-2	-1	0	1	2

- $y = x - 3$ ($x \geq 4$) función afín

x	4^{\bullet}	5	6^{\rightarrow}
y	1	2	3



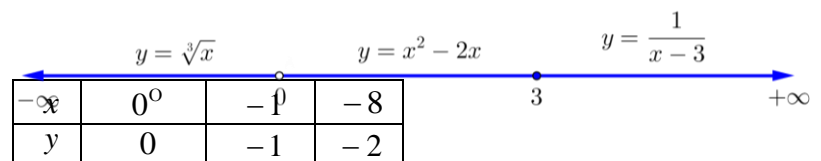
k) $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{1}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- $y = \sqrt[3]{x} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$
- $y = x^2 - 2x \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R}$
- $y = \frac{1}{x-3} \rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{3\}$

Dominio $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

Representación gráfica

- $y = \sqrt[3]{x}$ ($x < 0$) función radical



- $y = x^2 - 2x$ ($0 < x \leq 3$) función cuadrática

1) $a = 1 > 0 \Rightarrow \cup$ cóncava

2) Vértice $\begin{cases} x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ y = 1^2 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = -1 \Rightarrow y = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{\text{Vértice } (1, -1)}$

3) Tabla de valores

x	0^0	1	2	3^{\bullet}
y	0	-1	0	3

▪ $y = \frac{1}{x-3}$ ($x > 3$) hipérbola

✓ Asíntota vertical $x = 3$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = +\infty \end{cases}$ Asíntota horizontal $y = 0$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-3} = 0^- \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-3} = 0^+ \end{cases}$

✓ Tabla de valores

x	3,25	3,5	4	5	7
y	4	2	1	0,5	0,25

