

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. ECUACIONES

1. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- Una **expresión algebraica** es la combinación de números y letras relacionados mediante las operaciones aritméticas. Las letras reciben el nombre de indeterminadas o variables.

$$2x^2 - 3x + 5 \quad 5x^2y \quad \frac{n^3 - 8}{2} \quad a \cdot (b + c) \quad \frac{3}{2x + 2}$$

En las expresiones algebraicas no suelen incluirse los signos de producto. Cuando encontramos un número seguido de una o varias letras entendemos que están multiplicados.

$$5 \cdot x^2 \cdot y \rightarrow 5x^2y$$

- Las expresiones algebraicas se nombran con letras mayúsculas y, entre paréntesis, las variables que intervienen en la expresión

$$A(x) = x^3 - 4x + 2 \quad B(x, y) = -3x^2 + y \quad C(n) = \frac{n - 5}{2n + 4}$$

- El **valor numérico de una expresión algebraica** es el resultado de la expresión numérica que se obtiene al sustituir las variables por números.

Ejemplo: El valor numérico de $A(x) = 2x^2 - 3x + 5$ para $x = 2$ es $A(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 5 = 8 - 6 + 5 = 7$

2. MONOMIOS

- Un **monomio** es una expresión algebraica formada por un número, llamado **coeficiente**, multiplicado por una o varias variables elevadas a exponentes naturales, que forman la **parte literal** del monomio.
- El **grado** de un monomio es la suma de los exponentes de las variables que lo forman.
- Monomios semejantes** son los que tienen la misma parte literal.

Ejemplos

Monomio	Coeficiente	Parte Literal	Grado	Monomio Semejante
$-6a^2$	-6	a^2	2	$4a^2$
$\frac{3}{4}x^5y$	$\frac{3}{4}$	x^5y	$5 + 1 = 6$	$-7x^5y$
$-x^3$	-1	x^3	3	$9x^3$
a^2b^3	1	a^2b^3	$2 + 3 = 5$	$-5a^2b^3$

NO son monomios las siguientes expresiones algebraicas:

$$2a^2 - 3a + 5 \quad \frac{n^3 - 8}{2} \quad x^2 - 3 \quad \frac{3}{2x + 2} \quad 4x^{-3}$$

2.1. SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

- Dos monomios **sólo se pueden sumar (o restar) cuando son semejantes**, es decir, cuando tienen la misma parte literal. Cuando no son semejantes la operación se deja indicada.
- La **suma (o resta) de dos monomios semejantes** es otro monomio semejante a ellos (es decir con la misma parte literal) cuyo coeficiente es la suma (o resta) de los coeficientes.

Ejemplos

a) $3x + 5x = 8x$

b) $2a - 7a = -5a$

c) $-4b - 7b = -11b$

g) $3x - 5a =$ los monomios no son semejantes, la operación se deja indicada

d) $-2x - 9x - 4x = -15x$

e) $-3x^2 + 5x^2 + 6x^2 = 8x^2$

f) $3ab + 4ab - 2ab = 5ab$

REDUCCIÓN DEL NÚMERO DE TÉRMINOS DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

- Se llama **término de una expresión algebraica** a cada uno de los monomios que la componen.
- Para reducir el número de términos de una expresión algebraica se suman o se restan los monomios semejantes.

Ejemplos

a) $7x - 5 + 9 - 2x = 5x + 4$

b) $2a + 3a^2 + 6a + 9a^2 = 12a^2 + 8a$

Estas expresiones no se pueden reducir más porque están formadas por monomios que no son semejantes y, por tanto, la suma se deja indicada en ambos casos.

2.2. PRODUCTO DE MONOMIOS

El **producto de dos monomios** es otro monomio cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes y cuya parte literal es el producto de las partes literales.

EJEMPLOS

a) $5 \cdot 3x^2 = 15x^2$

b) $8x \cdot 3x^2 = 24x^3$

c) $2a^2 \cdot (-2a^3) = -4a^5$

d) $(-5b^3) \cdot (-4b^6) = 20b^9$

e) $4x \cdot (-5y) = -20xy$

f) $2x^2 \cdot (-3x^3) \cdot (-x) = 6x^6$

Recuerda

$(+) \cdot (+) = (+)$	$(+) : (+) = (+)$
$(-) \cdot (-) = (+)$	$(-) : (-) = (+)$
$(+) \cdot (-) = (-)$	$(+) : (-) = (-)$
$(-) \cdot (+) = (-)$	$(-) : (+) = (-)$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^0 = 1$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$a^1 = a$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

2.3. COCIENTE DE MONOMIOS

- Para **dividir dos monomios** se dividen por un lado sus coeficientes y por otro lado sus partes literales.
- El cociente de dos monomios **NO SIEMPRE** es otro monomio.
- Al dividir dos monomios el resultado puede ser otro monomio, un número (= monomio de grado cero) o una fracción algebraica.

EJEMPLO 1 (EL RESULTADO ES OTRO MONOMIO)

a) $24x^7 : 3x^2 = 8x^5$

b) $-42a^5 : 7a^2 = -6a^3$

c) $21a^3b^5 : (-3a^2b) = -7ab^4$

EJEMPLO 2 (EL RESULTADO ES UN NÚMERO)

- a) $9x^7 : 3x^7 = 3 \cdot x^0 = 3 \cdot 1 = 3$
b) $15x^2 : (-3x^2) = -5 \cdot x^0 = -5 \cdot 1 = -5$
c) $(-12b^8) : (-4b^8) = 3$

El cociente de dos monomios semejantes es un número (= monomio de grado cero)

EJEMPLO 3 (EL RESULTADO NO ES UN MONOMIO)

- a) $8x^5 : 2x^7 = 4x^{-2}$
b) $15x^2 : 3x^3 = 5x^{-1}$
c) $(-12b) : (-4b^3) = 3 \cdot b^{-2}$

3. ECUACIONES

3.1. IGUALDADES ALGEBRAICAS: IDENTIDADES Y ECUACIONES

- Una **identidad** es una igualdad entre expresiones algebraicas que se cumple siempre, independientemente de los valores que tomen las variables.
- Una **ecuación** es una igualdad entre expresiones algebraicas que se cumple para ciertos valores de las variables (soluciones de la ecuación).

Ejemplos

$6x - 4x = 2x$ es una identidad ya que la igualdad se cumple para cualquier valor de x .

$3x - 4 = 8$ es una ecuación ya que la igualdad se cumple solamente para $x = 4$.

3.2. ELEMENTOS DE UNA ECUACIÓN

- **Miembros:** son las expresiones algebraicas que aparecen a cada lado del signo de igualdad.

$$\underbrace{4x - 5}_{\text{PRIMER MIEMBRO}} = \underbrace{2x + 1}_{\text{SEGUNDO MIEMBRO}}$$

- **Términos:** son los sumandos que forman los miembros.

$$\underbrace{\underbrace{4x}_{\uparrow} - \underbrace{5}_{\uparrow} = \underbrace{2x}_{\uparrow} + \underbrace{1}_{\uparrow}}_{\text{TÉRMINOS}}$$

- **Incógnitas:** son las letras que aparecen en los términos.
- **Grado:** es el mayor de los grados de los monomios que contiene.
- **Soluciones:** son los valores que han de tomar las letras para que se cumpla la igualdad.

$$4x - 5 = 2x + 1 \begin{cases} \text{Ecuación de primer grado con una incógnita} \\ \text{Solución : } x = 3, \text{ ya que } 4 \cdot 3 - 5 = 2 \cdot 3 + 1 \end{cases}$$

$$6 + x^2 = 5x \begin{cases} \text{Ecuación de segundo grado con una incógnita} \\ \text{Soluciones} \begin{cases} x = 2, \text{ ya que } 6 + 2^2 = 5 \cdot 2 \\ x = 3, \text{ ya que } 6 + 3^2 = 5 \cdot 3 \end{cases} \end{cases}$$

3.3. ECUACIONES EQUIVALENTES

- Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen las mismas soluciones.

Ejemplo

$$5x = 2x + 15 \rightarrow \text{solución } x = 5 \text{ ya que } 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5 + 15$$

$$3x = 15 \rightarrow \text{solución } x = 5 \text{ ya que } 3 \cdot 5 = 15$$

Las ecuaciones anteriores son equivalentes porque tienen la misma solución.

Reglas de equivalencia

Para transformar una ecuación en otra equivalente, se pueden aplicar las siguientes reglas de equivalencia:

- Si se suma o resta un mismo número o una misma expresión algebraica en los dos miembros de una ecuación se obtiene otra ecuación equivalente a ella.
- Si se multiplica o divide por un mismo número distinto de cero los dos miembros de una ecuación se obtiene otra ecuación equivalente a ella.

4. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

Resolver una ecuación es encontrar sus soluciones. Es decir, averiguar los valores que deben tomar las incógnitas para que se cumpla la igualdad.

- **Resolución de la ecuación $x + a = b$**

Para resolver la ecuación $x + a = b$, restamos a en ambos miembros. $x + a = b \rightarrow x + a - a = b - a \rightarrow x = b - a$	Regla práctica Lo que está sumando en uno de los miembros pasa restando al otro. $x + a = b \rightarrow x = b - a$
--	--

- **Resolución de la ecuación $x - a = b$**

Para resolver la ecuación $x - a = b$, sumamos a en ambos miembros. $x - a = b \rightarrow x - a + a = b + a \rightarrow x = b + a$	Regla práctica Lo que está restando en uno de los miembros pasa sumando al otro. $x - a = b \rightarrow x = b + a$
---	--

- **Resolución de la ecuación $a \cdot x = b$**

Para resolver la ecuación $a \cdot x = b$, dividimos ambos miembros por a . $a \cdot x = b \rightarrow \frac{a \cdot x}{a} = \frac{b}{a} \rightarrow x = \frac{b}{a}$	Regla práctica Lo que está multiplicando a un miembro pasa dividiendo al otro. $a \cdot x = b \rightarrow x = \frac{b}{a}$
---	--

- **Resolución de la ecuación $x/a = b$**

Para resolver la ecuación $\frac{x}{a} = b$, multiplicamos ambos miembros por a . $\frac{x}{a} = b \rightarrow \frac{x}{a} \cdot a = b \cdot a \rightarrow x = b \cdot a$	Regla práctica Lo que está dividiendo a un miembro pasa multiplicando al otro. $\frac{x}{a} = b \rightarrow x = b \cdot a$
---	--

En general, para resolver una ecuación de primer grado, la iremos transformando (aplicando transformaciones equivalentes) en otras equivalentes cada vez más sencillas hasta despejar la incógnita.

PASOS PARA RESOLVER UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

1. Eliminar paréntesis y denominadores. Reducimos términos semejantes.
2. Trasponer términos y reducir términos semejantes.
3. Despejar la incógnita.
4. Comprobar la solución.

EJEMPLOS

Paso a paso		Aplicando la regla práctica
$x + 4 = 7$	Restamos 4 en ambos miembros	$x + 4 = 7$
$x + 4 - 4 = 7 - 4$	Reducimos términos semejantes	$x = 7 - 4$
$x = 3$	La solución es $x = 3$	$x = 3$
$x - 5 = -3$	Sumamos 5 en ambos miembros	$x - 5 = -3$
$x - 5 + 5 = -3 + 5$	Reducimos términos semejantes	$x = -3 + 5$
$x = 2$	La solución es $x = 2$	$x = 2$
$3x = 15$	Dividimos por 3 en ambos miembros	$3x = 15$
$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$	Simplificamos	$x = \frac{15}{3}$
$x = 5$	La solución es $x = 5$	$x = 5$
$\frac{x}{3} = -2$	Multiplicamos por 3 en ambos miembros	$\frac{x}{3} = -2$
$\frac{x}{3} \cdot 3 = -2 \cdot 3$	Simplificamos	$x = -2 \cdot 3$
$x = -6$	La solución es $x = -6$	$x = -6$
$10x + 3 = 6x - 1$	Restamos $6x$ en ambos miembros	$10x + 3 = 6x - 1$
$10x - 6x + 3 = 6x - 6x - 1$	Reducimos términos semejantes	$10x - 6x = -1 - 3$
$4x + 3 = -1$	Restamos 3 en ambos miembros	$4x = -4$
$4x + 3 - 3 = -1 - 3$	Reducimos términos semejantes	$x = \frac{-4}{4}$
$4x = -4$	Dividimos por 4 en ambos miembros	$x = -1$
$\frac{4x}{4} = \frac{-4}{4}$	Simplificamos	
$x = -1$	La solución es $x = -1$	

EJEMPLOS

1) $2x - 3(x - 2) = 2(x - 9) + 3$

$$2x - 3x + 6 = 2x - 18 + 3$$

$$-x + 6 = 2x - 15$$

$$-x - 2x = -15 - 6$$

$$-3x = -21$$

$$x = \frac{-21}{-3} \Rightarrow \boxed{x = 7}$$

Eliminamos paréntesis (propiedad distributiva)

Reducimos términos semejantes

Trasponemos términos

Reducimos términos semejantes

Despejamos la incógnita

Comprobamos la solución:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 7 - 3 \cdot (7 - 2) = 14 - 3 \cdot 5 = 14 - 15 = -1 \\ 2 \cdot (7 - 9) + 3 = 2 \cdot (-2) + 3 = -4 + 3 = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{x = 7 \text{ es la solución de la ecuación}}$$

$$\begin{array}{ll} 2) & 2(x - 2) - (1 - x) = 3(x - 1) - 9 & \text{Eliminamos paréntesis (propiedad distributiva)} \\ & 2x - 4 - 1 + x = 3x - 3 - 9 & \text{Reducimos términos semejantes} \\ & 3x - 5 = 3x - 12 & \text{Trasponemos términos} \\ & 3x - 3x = 5 - 12 & \text{Reducimos términos semejantes} \\ & 0 \cdot x = -7 & \end{array}$$

La ecuación no tiene solución; el producto de cualquier número real por 0 es 0.

$$\begin{array}{ll} 3) & 2(x - 2) - (1 - x) = 3(x - 1) - 2 & \text{Eliminamos paréntesis (propiedad distributiva)} \\ & 2x - 4 - 1 + x = 3x - 3 - 2 & \text{Reducimos términos semejantes} \\ & 3x - 5 = 3x - 5 & \text{Trasponemos términos} \\ & 3x - 3x = 5 - 5 & \text{Reducimos términos semejantes} \\ & 0 \cdot x = 0 & \end{array}$$

La ecuación tiene infinitas soluciones (el producto de cualquier número real por 0 es 0)

$$\begin{array}{ll} 4) & \frac{x - 13}{5} - \frac{4 - x}{15} = \frac{1 + 2x}{3} & \text{Reducimos a mínimo común denominador.} \\ & \frac{3(x - 13) - 1 \cdot (4 - x)}{15} = \frac{5(1 + 2x)}{15} & \text{Eliminamos denominadores (Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{b} \Rightarrow a = c) \\ & 3x - 39 - 4 + x = 5 + 10x & \text{Reducimos términos semejantes} \\ & 4x - 43 = 5 + 10x & \text{Trasponemos términos y reducimos términos semejantes} \\ & 4x - 10x = 5 + 43 & \\ & -6x = 48 & \text{Despejamos la incógnita} \\ & x = \frac{48}{-6} \Rightarrow \boxed{x = -8} & \end{array}$$

Comprobamos la solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{-8 - 13}{5} - \frac{4 - (-8)}{15} = \frac{-21}{5} - \frac{12}{15} = \frac{-63 - 12}{15} = -\frac{75}{15} = -5 \\ \frac{1 + 2(-8)}{3} = \frac{1 - 16}{3} = \frac{-15}{3} = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{x = -8 \text{ es la solución de la ecuación}}$$

EJERCICIOS

1. Llamando x a un número indeterminado, asocia cada enunciado con la expresión que le corresponde:

- a) El número siguiente.
- b) El número anterior.
- c) El doble del número
- d) El doble del número más cinco.
- e) El doble del resultado de sumarle cinco.
- f) La mitad del número.
- g) La tercera parte del número menos cinco.
- h) La cuarta parte del resultado de sumarle cinco.

2. Traduce al lenguaje algebraico:

- a) La distancia recorrida en x horas por un camión que va a 60 km/h
- b) El coste de x kilos de peras que están a 0,80 €/kg
- c) El área de un triángulo de base 0,80 m y altura x metros.
- d) La edad de Pedro, siendo x la de su abuelo, que tenía 60 años cuando nació Pedro.

3. Completa la tabla atendiendo a los siguientes enunciados:

- Cristina tiene x años.
- Alberto, su esposo, tiene 3 años más.
- Javier, su padre, le dobla la edad.
- Marta, su madre, tiene 5 años menos que su padre.
- Loli y Mar son sus hijas gemelas. Las tuvo con 26 años.
- Javi, el pequeño, tiene la mitad de año de las gemelas.

	Cristina	Alberto	Javier	Marta	Loli y Mar	Javi
Edad						

4. Lee y completa la tabla:

- El sueldo mensual de Pablo es de x euros.
- El gerente de la empresa gana el doble que Pablo.
- El ingeniero jefe gana 400 € menos que el gerente.
- El señor López gana un 10% menos que Pablo.
- Al señor de la limpieza le faltan 80 € para ganar las tres cuartas partes del sueldo de Pablo.

Empleado	Pablo	Gerente	Ingeniero	Señor López	Sr. de la limpieza
Sueldo					

5. Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $A(x) = 3x^2 - 5x + 2$ para $x = -2$

b) $B(x, y) = -3xy - 2x + 3$ para $x = 1$ e $y = -3$

c) $C(x) = \frac{x^2 + 3}{2}$ para $x = -5$

6. Traduce al lenguaje algebraico:

- a) El cuadrado de un número menos su doble
- b) Tres números consecutivos
- c) El 35% de un número
- d) Un número aumentado un 15%
- e) El precio de unos pantalones rebajados un 25% si su precio inicial era de x euros
- f) Un número par
- g) Un número impar
- h) Dos números impares consecutivos
- i) La suma de dos números pares consecutivos
- j) Tres múltiplos de cinco consecutivos
- k) Los dos tercios de un número más cinco unidades
- l) El triple de un número menos dos
- m) El producto de dos números consecutivos
- n) El cuadrado de un número más su mitad
- o) La suma de los cuadrados de dos números
- p) El cuadrado de la suma de dos números
- q) La suma de un número con otro diez unidades mayor
- r) El cubo de un número más el cuádruple de otro
- s) La tercera parte de la diferencia de los cuadrados de dos números
- t) La mitad del producto de dos números
- u) La semisuma de dos números
- v) La suma de la tercera parte de un número y el doble del cubo de otro
- w) El perímetro de un rectángulo de base 2 cm mayor que la altura
- x) El área de un rectángulo de base $(a - 1)$ y altura b
- y) La suma de las edades que tenían hace 5 años dos hermanos si sus edades actuales son x e y .
- z) El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años dos hermanos si sus edades actuales son x e y .

7. Completa la tabla:

Monomio	Coeficiente	Variables	Parte literal	Grado	Monomio semejante
$-5x^2$					
$\frac{2}{3}x^7$					
$-x^5$					
$4x^2y^3$					
$3a^2b$					
$-x^3yz$					
	5	x		6	
	-1		a^3b^2c		
		a, b			

8. Reduce las siguientes expresiones:

a) $a + a + a + a + a =$

b) $x + x + x - x =$

c) $k + k + k - k - k =$

d) $2x + 5x =$

e) $7a - 3a =$

f) $9x - 15x =$

g) $-11a - 4a =$

h) $3a + 5a - 12a =$

i) $10x - 3x - x =$

j) $-6b - 5b + 7b =$

k) $5b - 4b - 8b =$

l) $3x - 5x + 4x =$

m) $2a + a - 4a =$

n) $3y - 5y - 2y + y =$

o) $-3x - 5x - 9x =$

p) $-5x^2 + 3x^2 =$

q) $-5a^2 + 2a^2 - a^2 =$

r) $4y^2 + 7y^2 - 12y^2 =$

s) $-7a^3 - 2a^3 + 12a^3 =$

t) $-2x^2 + 3x^2 - 6x^2 - 5x^2 =$

u) $-6b^3 - b^3 + 4b^3 + 7b^3 - 8b^3 =$

9. Reduce las siguientes expresiones:

a) $x - 3 + x + 1 =$

b) $5x - x^2 + x^2 + x =$

c) $12 + 3x^2 - 7x^2 + 5 =$

d) $a + b - 2a + 3b =$

e) $x^2 + x^2 + 3x - 5x =$

f) $2x^2 + 4x - 8x + 3x^2 =$

g) $5x^2 - 3x + 6x + 3 =$

h) $9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1 =$

i) $-3x^2 - 5x^2 - 7 + 5x + 1 =$

j) $3x - 9 - 2 + 5x - 9x - 1 =$

k) $-2x^2 + 3x - 6x - 5x^2 - 8x + x =$

- l) $-12x^3 + 3x^2 - x^3 - 5x^2 - 2x + x =$
 m) $7x^2 - 3x^2 - 6x^3 - 5x - 2x^2 - 4x - x =$
 n) $-2a^2 + 3a^2 - 6a - 15a^2 - 11a =$
 o) $-2x^3 + 3x^2 - 6x - 15x^2 - 2 - 11x + x^3 - 5 =$

10. Quita paréntesis y reduce:

- a) $4x^2 - (2x + 6x^2) =$
 b) $4x - (2x - x^2) =$
 c) $(x - 5) - (2x + 8) =$
 d) $(3x^2 - 4x) - (2x^2 + 8x) =$
 e) $(x^2 + x) - (3x - 8x^2) =$
 f) $-(3a - 2) + (4a - 3) - a =$
 g) $-(-x + 3) - (4x + 6) + (12 - 5x) =$
 h) $4x - 2 + (-3x^2 + 6x) - (2x - 3x^2) - 3 =$
 i) $-5x - 1 + (2x^3 - 3x) - 5x + 6 =$
 j) $-(-x^2 + 3x - 5) - 4x + 7 + (5x^2 - 3x^2) =$
 k) $-(-y^2 + 4y - 3) + (-4y - 7) - (5y^2 - 3y - 2) =$

11. Calcula:

- | | |
|---|--|
| a) $3x^2 \cdot 4x^3 =$ | i) $-3 \cdot (-6x) =$ |
| b) $2a \cdot (-5a^6) =$ | j) $2 \cdot (-2a) =$ |
| c) $(-7y) \cdot (-2y^2) =$ | k) $(-3) \cdot (-4m) =$ |
| d) $\frac{3}{8}a^3 \cdot 4a =$ | l) $\frac{1}{2} \cdot 6x =$ |
| e) $y^5 \cdot (-4y) =$ | m) $4 \cdot \left(-\frac{1}{12}a\right) =$ |
| f) $-3x^3 \cdot \left(-\frac{1}{6}x^6\right) =$ | n) $-2 \cdot \frac{6}{8}m =$ |
| g) $3 \cdot 2x^4 =$ | o) $x \cdot 2x^3 =$ |
| h) $5 \cdot (-3a^2) =$ | p) $5a \cdot a =$ |

q) $m \cdot 2m^2 =$
 r) $2x \cdot 5x =$
 s) $3a \cdot 4a^2 =$
 t) $2m^2 \cdot 5m^2 =$
 u) $3x^2 \cdot (-2x^3) =$
 v) $4a \cdot 2a^4 =$
 w) $2m^2 \cdot 2m^4 =$
 x) $a^3b \cdot (-2ab^4) =$
 y) $(-5a^2c) \cdot (3a^3c) =$

z) $2x^3y^5 \cdot (-4xy^2) =$
 aa) $(4xy) \cdot (5xy) =$
 bb) $(-3xy) \cdot (-2x) =$
 cc) $2a \cdot (-4ab) =$
 dd) $5a^2 \cdot (2ab) =$
 ee) $(-xy^2) \cdot (3x^2y) =$
 ff) $(3a^2b^3) \cdot (a^2b) =$
 gg) $(-xy^2) \cdot (-5x^3y) =$

12. Calcula:

a) $24x^3 : 6x^2 =$
 b) $(-16a^7) : 8a^3 =$
 c) $35y^4 : 7y =$
 d) $(-9x^8) : (-3x) =$
 e) $10x^3 : (-5x^2) =$
 f) $6x : 3 =$
 g) $12a^2 : 4 =$
 h) $9m^3 : 9 =$
 i) $(-18x^2) : 6 =$
 j) $15a : (-5) =$
 k) $(-20m^2) : (-4) =$
 l) $4x^2 : 2x =$
 m) $-18a^3 : a =$
 n) $12m^3 : (-4m^2) =$
 o) $(-30a^5) : (-15a^3) =$
 p) $4m^6 : (-m^6) =$

q) $12x^5 : 4x^5 =$
 r) $(-8a^2) : 4a^2 =$
 s) $21m^3 : 7m^3 =$
 t) $(-9x^6) : x^6 =$
 u) $(-14a^8) : (-2a^8) =$
 v) $8m : 2m =$
 w) $12x^2 : (-4x) =$
 x) $2a : 3a =$
 y) $2m^3 : 4m^3 =$
 z) $10x^4 : 5x =$
 aa) $4a^3 : 6a^2 =$
 bb) $10a^5 : 15a =$
 cc) $15a^2b^3 : (-3ab) =$
 dd) $(10x^3y^2) : (2x^2y^2) =$
 ee) $(12x^3y^2) : (-3x^2y^2) =$
 ff) $(-21a^2b^3) : (-7a^2b^2) =$

13. Calcula:

a) $-2x \cdot 7x^2 =$

i) $12a^3 : (-3a^3) =$

q) $12b^5 : (-3b^4) =$

b) $(-2a^3) \cdot (-4a^2) =$

j) $(-3x) \cdot (-4y) =$

r) $4x^2 : (-2x^2) =$

c) $20x^3 : 4x^2 =$

k) $(-20x^5) : 5x^2 =$

s) $(10a^7) \cdot (-a^2) =$

d) $14x : 7x =$

l) $(-5y^4) \cdot (-y^3) =$

t) $50x : (-5x) =$

e) $6ab \cdot (-8ab^3) =$

m) $(-16a^7) : (-8a^3) =$

u) $33x^2y : (-11xy) =$

f) $3a^3 \cdot 2a^2 =$

n) $(-20a^5) : 5a^5 =$

v) $(-2a^2b) \cdot (-ab^5) =$

g) $(-21x^5) : 7x =$

o) $-6x^4 \cdot 7x^2 =$

w) $6x^3y^5 : (-x^2y) =$

h) $3b^9 \cdot (-2b^2) =$

p) $48a^3b^2 : (-12ab) =$

x) $(-3ab) \cdot (5ab) =$

14. Calcula:

a) $4x^2 \cdot (-5x^3) \cdot (-2x) =$

b) $-x^3 \cdot 2x \cdot 3x^4 =$

c) $4a^3 \cdot (-2a) \cdot 3a^2 =$

d) $-2x^2 \cdot (-5x^3y) : (-2y) =$

e) $12x^2 : (3x \cdot 4x) =$

f) $(12x^2 : 3x) \cdot 4x =$

g) $(-36x^5) : (14x^3 : 7x) =$

h) $(-2x^3 + 5x^3 + 9x^3) : (x^2 - 3x^2) =$

i) $(-10x^4 + 4x^4) : (3x^2 - x^2 - 4x^2) =$

15. Quita paréntesis y reduce ¡RECUERDA! Propiedad distributiva: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

a) $2 \cdot (x + 1) =$

b) $5 \cdot (a - b) =$

c) $a \cdot (3 - a) =$

d) $x^2 \cdot (x^2 + x) =$

e) $3x \cdot (x + 5) =$

f) $(3x - 2) \cdot 5x =$

$$\text{g) } (4 - 2a^2) \cdot a =$$

$$\text{h) } (3x^2 - x) \cdot 2x^2 =$$

$$\text{i) } 7a \cdot (2a - a^2) =$$

$$\text{j) } -5 \cdot (2x^2 - 2) =$$

$$\text{k) } -2x \cdot (2x - 8) =$$

$$\text{l) } 3a^2 \cdot (2a^2 + a) =$$

$$\text{m) } -3x \cdot (-5x^3 - 8) =$$

$$\text{n) } (2x - 3) \cdot 5x^2 =$$

$$\text{o) } 5a^2 \cdot (-3a^3 + 2) =$$

$$\text{p) } -5x^3 \cdot (2x^2 - 3x + 1) =$$

$$\text{q) } 3x \cdot (2x^4 - x^2 + 5x) =$$

$$\text{r) } 2a \cdot (3a^2 - 4a + 3) =$$

$$\text{s) } 3 \cdot (4a - 3) - 5 \cdot (a - 1) =$$

$$\text{t) } 2 \cdot (3x - 1) - 4 \cdot (x + 2) =$$

$$\text{u) } 3x \cdot (x + 2) - 5x \cdot (x - 3) =$$

$$\text{v) } 2a \cdot (a^2 - 3a) - 5 \cdot (a^2 + 2) =$$

$$\text{w) } a \cdot (4a - 3) - 3a \cdot (a^2 - 2a) =$$

$$\text{x) } 3x - 5 \cdot (2x^2 - x) - 3 \cdot (1 - x^2) =$$

$$\text{y) } -x^2 \cdot (4x + 6) - 3 \cdot (5x^3 - 2x^2) =$$

$$\text{z) } 2x^2 + 8 - 3 \cdot (1 - x^2) - 10x^2 =$$

$$\text{aa) } 4x - 2x \cdot (-3x^2 + 6x) - 3 + 9x^3 =$$

$$\text{bb) } -4x \cdot (3x - 6) - 3 - 2 \cdot (3x - x^2) =$$

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

1. Comprueba en cada caso cuál o cuáles de los valores de x son soluciones de la ecuación:

a) $5x - 7 = 13$ $\begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$

c) $\frac{x+8}{6} = 1$ $\begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$

e) $x^2 - 6 = x$ $\begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

b) $3x + 6 = x$ $\begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$

d) $\sqrt{x} + 3 = 5$ $\begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \\ x = 4 \end{cases}$

f) $\frac{x^2 + 5}{7} = x - 1$ $\begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

1) $2x - 6 = x + 3$

18) $8 - x = 3x + 2x + 5$

2) $x + 3x - 3 = 2x + 9$

19) $4x - x - 3 = 2x + 1$

3) $-2x = 7 - 5x - 22$

20) $4x - 6x + 15 = 12 - 5x$

4) $3x + 1 = 7x - 1$

21) $2x - 10 = 7x - 2 - 5x$

5) $x + 8 + 2x = 6 - 2x$

22) $4x + 5 - 3x = 24 + x - 19$

6) $3 + 4x - 7 = x - 3$

23) $7x - 2x = 2x + 1 + 3x$

7) $2x - 3 = 2x + 1$

24) $11 + 2x = 6x - 3 + 3x$

8) $5x - 3 - x = 4x + 1 - 4$

25) $x - 3 + 2x = 7 + 5x - 2$

9) $2x + 4 - 1 = 5x - 3x + 2$

26) $5 - 3x - 6 = 2x + 1 - 4x$

10) $5x - 8 = 3x - 1 + 2x - 7$

27) $5x = 4 - 3x + 5 - x$

11) $6 - 3x + 2 = x + 7$

28) $3x - x + 12 + 7x = 3x + 9$

12) $2x - 3x + 5 = 3x + 21$

29) $11x - 6 - 4x = 2x - 11 - 5x$

13) $x + 8 = 8x - 5x$

30) $7x + 3 - 8x = 2x + 12 - 9x$

14) $3x + 6 = -2x - 14$

31) $4x - 7 + 2x = 3x - 3 + 4x - 5$

15) $5x - 7 = 2 - 4x$

32) $4x + 6 - 5x + 4 = 2x + 10$

16) $2x + 10 = 3x + x + 4$

33) $7x - 2 - 10x + 11 = 6 - 11 + 4x$

17) $5 + 2x = 4x + 7 - x$

34) $2x - 3 - 5x + 12 = x - 9 + 6x$

1) $x = 9$	2) $x = 6$	3) $x = -5$	4) $x = \frac{1}{2}$	5) $x = -\frac{2}{5}$	6) $x = \frac{1}{3}$	7) No solución
8) Identidad	9) No solución	10) Identidad	11) $x = \frac{1}{4}$	12) $x = -4$	13) $x = 4$	14) $x = -4$
15) $x = 1$	16) $x = 3$	17) $x = -2$	18) $x = \frac{1}{2}$	19) $x = 4$	20) $x = -1$	21) No solución
22) Identidad	23) No solución	24) $x = 2$	25) $x = -4$	26) $x = -2$	27) $x = 1$	28) $x = -\frac{1}{2}$
29) $x = -\frac{1}{2}$	30) $x = \frac{3}{2}$	31) $x = 1$	32) $x = 0$	33) $x = 2$	34) $x = \frac{9}{5}$	

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- 1) $13 - (x + 5) = 4x + (5 - 6x)$
- 2) $7x + 10 = 5 - (2 - 6x)$
- 3) $5x - (4 - 2x) = 1 - (2x - 1)$
- 4) $x + (x - 3) = 7 - (x - 2)$
- 5) $9 - (2x + 7) - x = 3x - (1 + 5x)$
- 6) $(2x - 5) - (5x + 1) = 8x - (2 - 7x)$
- 7) $9x - (7 - x) = 6 - (2 - 5x) - (8 - 3x)$
- 8) $16 = 2(x + 5) - 4$
- 9) $3(1 - 2x) - 2 = 7$
- 10) $4 + 5(x - 1) = 3x$
- 11) $5x - 3 = 3 - 2(x - 4)$
- 12) $3 - 2(1 + 3x) = 4x + (2x - 3)$
- 13) $1 - 2(5 - x) = -5 - (4 - 2x)$
- 14) $2x - 2(4x + 1) = 6 - (6 - 2x)$
- 15) $3x + 4(2 - x) + 3x = 1 - 3(x + 1)$
- 16) $10x - (4x - 1) = 12 + 8(x - 1)$
- 17) $6(x + 11) - 12(x + 1) = 40$
- 18) $x - 2(15 - x) = 12$
- 19) $10 = 2(2 - x) - 3(1 - x)$
- 20) $3(x + 6) - (5x - 10) = 10 - 4(6 + 2x)$
- 21) $4(x - 2) + 1 = 5(x + 1) - 3x$
- 22) $3(x - 3) - (5x - 5) = 6x$
- 23) $3(5x + 9) - (11x - 22) = 7 - 3(7 - x)$
- 24) $5 - 2(x - 2) = x - (5 - 6x) - 4$
- 25) $6 + 6(x - 1) = x - 5(1 - x)$
- 26) $7(x - 1) - 4x - 2(2x - 4) = 2$
- 27) $3(3x - 2) - 7x - 6(2x - 1) = 10x$
- 28) $4x + 2(x - 3) - 2(x + 2) = 0$
- 29) $3x - (2 - 5x) + 12 = 4 - 2(x + 3)$
- 30) $5(2x + 3) - 14x = 8x - 3(2x + 5)$

1) $x = -3$	2) $x = -7$	3) $x = \frac{2}{3}$	4) $x = 4$	5) $x = 3$	6) $x = -\frac{2}{9}$	7) $x = \frac{3}{2}$	8) $x = 5$
9) $x = -1$	10) $x = \frac{1}{2}$	11) $x = 2$	12) $x = \frac{1}{3}$	13) Identidad	14) $x = -\frac{1}{4}$	15) $x = -2$	16) $x = -\frac{3}{2}$
17) $x = \frac{7}{3}$	18) $x = 14$	19) $x = 9$	20) $x = -7$	21) $x = 6$	22) $x = -\frac{1}{2}$	23) $x = -63$	24) $x = 2$
25) No solución	26) $x = -1$	27) $x = 0$	28) $x = \frac{5}{2}$	29) $x = -\frac{6}{5}$	30) $x = 5$		

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- 1) $\frac{x}{2} - 1 = \frac{3x}{4}$
- 2) $x - \frac{1}{2} = \frac{5x}{8} - \frac{3}{4}$
- 3) $x - \frac{2x}{5} = \frac{3}{2} - \frac{3x}{10}$
- 4) $\frac{x}{3} - 2x + 17 = \frac{2x}{5} - \frac{3x}{2}$
- 5) $\frac{3}{4} - \frac{2x}{3} + 1 = 2 - \frac{5x}{3}$
- 6) $\frac{x+3}{3} = x+5$
- 7) $\frac{2x}{3} + \frac{5}{4} = 1 - \frac{x}{6}$
- 8) $\frac{3x-2}{5} - \frac{2x-1}{3} = \frac{5x-7}{15}$
- 9) $\frac{x-30}{3} - \frac{x-20}{4} = 5 + \frac{x-10}{2}$
- 10) $\frac{x+8}{2} - \frac{x-4}{6} = -\frac{2}{3}$
- 11) $\frac{x-5}{5} - \frac{10+2x}{2} = 1 - \frac{8+x}{2}$
- 12) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-5}{9} = 1 - \frac{3+x}{6}$
- 13) $\frac{2x}{15} - \frac{3x-5}{20} = -3 + \frac{x}{5}$
- 14) $\frac{x+3}{9} - \frac{2-4x}{3} = 2 - \frac{4-2x}{6}$

1) $x = -4$	2) $x = -\frac{2}{3}$	3) $x = \frac{5}{3}$	4) $x = 30$	5) $x = \frac{1}{4}$	6) $x = -6$	7) $x = -\frac{3}{10}$
8) $x = 1$	9) $x = -12$	10) $x = -16$	11) $x = -10$	12) $x = \frac{5}{7}$	13) $x = 15$	14) $x = \frac{3}{2}$

PROBLEMAS DE ECUACIONES

1. El triple de un número menos 16 es 29. ¿Cuál es el número? **(Solución: el número es 15)**
2. Si a un número le sumas 7, obtienes el triple que si le restas 5. ¿De qué número se trata? **(Solución: el nº es 11)**
3. Si a un número le sumas 15, obtienes el doble que si le restas 3. ¿Qué número es? **(Solución: el nº es 21)**
4. Un número y su siguiente suman 53. ¿Qué números son? **(Solución: los números son 26 y 27)**
5. Si a un número le sumas su anterior, obtienes 113. ¿De qué número hablamos? **(Solución: el número es 57)**
6. ¿Cuál es el número que sumado con su anterior y su siguiente da 117? **(Solución: el número es 39)**
7. La suma de tres números consecutivos es 84. ¿Qué números son? **(Solución: los números son 27, 28 y 29)**
8. La suma de dos números pares consecutivos es 50. ¿Qué números son? **(Solución: los números son 24 y 26)**
9. Si a un número le restas 28 unidades, obtienes el mismo resultado que si lo divides entre 3. ¿Qué número es? **(Solución: el número es 42)**
10. ¿Cuántos litros de agua hay en un cántaro sabiendo que si añadimos trece litros tendremos el triple de agua que si sacamos dos? **(Solución: En el cántaro hay 9,5 litros de agua)**
11. ¿Cuántas vacas tiene un granjero sabiendo que entre cuernos y patas contamos 222?
(Solución: el granjero tiene 37 vacas)
12. ¿Cuántas gallinas hay en un gallinero si contando picos, patas y crestas salen 88? **(Solución: hay 22 gallinas)**
13. El precio de las manzanas ha subido 0,25 € por kilo. Con el dinero que ayer podías comprar cuatro kilos hoy sólo te dan tres. ¿A cuánto están hoy las manzanas? **(Solución: hoy las manzanas están a 1 € el kilo)**
14. Un kilo de cerezas cuesta dos euros más que uno de peras. Amelia ha pagado 8 € por tres kilos de peras y uno de cerezas. ¿Cuál es el precio del kilo de cerezas y del kilo de peras?
(Solución: un kilo de cerezas vale 3,5 € y un kilo de peras 1,5 €)
15. Un rotulador cuesta medio euro más que un bolígrafo. Tres bolígrafos y dos rotuladores me han costado cinco euros. ¿Cuánto deberemos pagar por dos bolígrafos y cuatro rotuladores iguales a los anteriores?
(Solución: dos bolígrafos y cuatro rotuladores cuestan 6,80 €)
16. El precio de las naranjas ha bajado 0,20 € por kilo. Cuatro kilos costaban ayer lo mismo que hoy cinco. ¿A como están hoy las naranjas? **(Solución: hoy el precio del kilo de naranjas es 0,80 €)**
17. En un instituto, entre alumnos y alumnas hay 624. El número de chicas supera en 36 al de los chicos. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay? **(Solución: hay 294 chicos y 330 chicas)**

18. Sabiendo que un yogur de frutas es 5 céntimos más caro que un yogur natural y que seis yogures de frutas y cuatro yogures naturales me han costado 4,80 €, ¿cuál es el precio de un yogur de frutas y de un yogur natural? **(Solución: un yogur natural cuesta 0,45 € y un yogur de frutas 0,50 €)**
19. Roberta tiene un año menos que su hermana Marta, y ya tenía cinco años cuando nació Antonio, el más pequeño. ¿Cuál es la edad de cada uno, sabiendo que entre los tres, ahora, suman 35 años? **(Solución: Roberto tiene 13 años, Marta 14 años y Antonio 8 años)**
20. En una ferretería se venden clavos en cajas de tres tamaños diferentes. La caja grande contiene el doble de unidades que la mediana, y esta, el doble que la pequeña. Si compras una caja de cada tamaño, te llevas 560 unidades. ¿Cuántos clavos tiene cada caja? **(Solución: la caja pequeña tiene 80 clavos, la mediana 160 clavos y la grande 320 clavos)**
21. Un kilo de chirimoyas cuesta el doble que uno de naranjas. Por tres kilos de chirimoyas y cuatro de naranjas se han pagado 11 €. ¿Cuál es el precio del kilo de chirimoyas y del kilo de naranjas? **(Solución: 1 kilo de naranjas cuesta 1,10 € y un kilo de chirimoyas 2,20 €)**
22. Un granjero ha contado, entre avestruces y caballos, 27 cabezas y 78 patas. ¿Cuántos caballos y cuántas avestruces hay en la granja? **(Solución: hay 12 caballos y 15 avestruces)**
23. En una cafetería, entre sillas y taburetes, hemos contado 44 asientos con 164 patas. ¿Cuántas sillas y cuántos taburetes hay? **(Solución: hay 32 sillas y 12 taburetes)**
24. Irene ha sacado de la hucha 14 monedas, unas de 20 céntimos y otras de 10 céntimos. Entre todas valen 2 euros. ¿Cuántas monedas ha sacado de cada clase? **(Solución: ha sacado 8 monedas de 10 céntimos y 6 monedas de 20 céntimos)**
25. En un concurso de 50 preguntas, dan tres puntos por cada acierto y quitan dos puntos por cada fallo. ¿Cuántas preguntas ha acertado un concursante que ha obtenido 85 puntos? **(Solución: ha acertado 37 preguntas)**
26. Pedro tiene 8 años más que su hermana Rosa. Dentro de 5 años, la edad de Pedro será el doble que la de Rosa. ¿Cuántos años tiene cada uno? **(Solución: Rosa tiene 3 años y Pedro 11 años)**
27. Mónica tiene 12 € más que Javier y esperan que mañana les den 5 € de paga a cada uno. En ese caso, Mónica tendrá el doble de dinero que Javier. ¿Cuánto tiene hoy cada uno? **(Solución: Javier tiene 7 € y Mónica 19 €)**
28. Victoria tiene 50 sellos más que Aurora, y si le diera 8 sellos, aún tendría el triple. ¿Cuántos sellos tiene cada una? **(Solución: Aurora tiene 9 sellos y Victoria 59 sellos)**
29. La base de un rectángulo es el doble que la altura, y el perímetro mide 48 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo? **(Solución: la altura mide 8 cm y la base 16 cm)**
30. Una parcela rectangular es 15 metros más larga que ancha. La valla que la rodea tiene una longitud de 150 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela? **(Solución: la parcela mide 30 metros de ancho y 45 metros de largo)**
31. Los dos lados iguales de un triángulo isósceles son 3 cm más cortos que el lado desigual, y su perímetro es de 48 cm. ¿Cuánto mide cada lado? **(Solución: los lados miden 18 cm, 15 cm y 15 cm)**