Halla la derivada de las siguientes funciones:

1) $y=-3x^4+7x-5$

2) $y=(2x^2+5)(-x^3+1)$

3) $y=(3x+1)^5$

4) $y=(2x^3-5x^2+1)^7$

5) $y=\frac{x-1}{x+3}$

6) $y=\frac{x^2}{1+x^3}$

7) $y=\frac{x+1}{x^2+3}$

8) $y=\frac{2}{x+1}$

9) $y=\frac{-2x^2+2x}{x^2+3}$

10) $y=\frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$

11) $y=\frac{-1}{(x+2)^2}$

12) $y=\frac{x}{(x^2+1)^2}$

13) $y=\frac{2-x}{(x^2-3)^5}$

14) $y=\frac{2-x^2}{(x^2+1)^3}$

15) $y=\frac{16}{x^2(x-4)}$

16) $y=x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{2}{6}}$

17) $y=x^{-2}+x^{-3}-x^{-4}$

18) $y=\frac{3x}{\ln x}$

19) $y=\sqrt{x^2+3}$

20) $y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

21) $y=x\sqrt{x^2-1}$

22) $y=2\ln(3x+5)$

23) $y=\ln(x+3)$

24) $y=\ln(x^2-3x)$

25) $y=\ln\left(\frac{1}{x}\right)$

26) $y=\ln\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)$

27) $y=5\ln e^{x^3}$

28) $y=e^{x^2+2x-1}$

29) $y=e^{\ln x}$

30) $y=e^{-\operatorname{sen}x}$

31) $y=e^{1/x}$

32) $y=x^2\cdot\operatorname{sen}x$

33) $y=x^3\cdot\cos x$

34) $y=\operatorname{sen}x\cdot\cos x$

35) $y=\cos(x+1)^2$

36) $y=-5e^{\frac{2-3x}{10}}$

37) $y=\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{2x+1}}}$

38) $y=\log_2(\cos(1-x))$

39) $y=5\operatorname{sen}^3(5x+1)^4$

40) $y=2\operatorname{sen}(\cos 3x)$

41) $y=(x^2+7x)^8$

42) $y=\sqrt[3]{x^3-4x}$

43) $y=\sqrt[3]{(x^2+7x)^2}$

44) $y=(3x^2-5x)^{10}$

45) $y=\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}\right)\cdot x$

46) $y=\sqrt[3]{(1+x)^2}$

47) $y=2x\cdot\sqrt{5x}$

48) $y=\frac{x}{\sqrt{1+x}}$

49) $y=\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)^2$

50) $y=\frac{a+\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}}$

51) $y=\sqrt{1+\sqrt{x}}$

52) $y=\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)^2$

53) $y=\frac{x^6}{(3x+2)^2}$

54) $y=\ln(1+x^2)$

55) $y=\ln\left(\frac{3-5x}{2x+7}\right)$

56) $y=\ln\left(\frac{x}{x^2+4}\right)$

57) $y=\ln\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right)$

58) $y=\ln\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$

59) $y=e^{-x^2}$

60) $y=(x^2+1)\cdot e^{2x}$

61) $y=e^{\sqrt{x}}$

62) $y=\frac{e^x}{1+e^x}$

63) $y=\ln\left(\frac{1-e^x}{1+e^x}\right)$

64) $y=\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

65) $y=(1+x)^x$

66) $y=\ln^2 x$

67) $y=\ln^3\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right)$

68) $y=\operatorname{sen}^2 x$

69) $y=\cos x^2$

70) $y=\operatorname{sen}(x^2+3x)$

Solución

1) $y = -3x^4 + 7x - 5$

$y' = -3 \cdot 4x^3 + 7 \cdot 1 - 0 \quad \Rightarrow \quad y' = -12x^3 + 7$

2) $y = (2x^2 + 5)(-x^3 + 1)$

$y' = (2x^2 + 5)' \cdot (-x^3 + 1) + (2x^2 + 5) \cdot (-x^3 + 1)' \quad \Rightarrow \quad y' = 4x \cdot (-x^3 + 1) + (2x^2 + 5) \cdot (-3x^2) \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = -4x^4 + 4x - 6x^4 - 15x^2 \quad \Rightarrow \quad y' = -10x^4 - 15x^2 + 4x$

3) $y = (3x + 1)^5$

$y' = 5 \cdot (3x + 1)^4 \cdot (3x + 1)' \quad \Rightarrow \quad y' = 5 \cdot (3x + 1)^4 \cdot 3 \quad \Rightarrow \quad y' = 15(3x + 1)^4$

4) $y = \left(2x^3 - 5x^2 + 1\right)^7$

$y' = 7 \cdot \left(2x^3 - 5x^2 + 1\right)^6 \cdot \left(2x^3 - 5x^2 + 1\right)' \quad \Rightarrow \quad y' = 7 \cdot \left(2x^3 - 5x^2 + 1\right)^6 \cdot \left(6x^2 - 10x\right) \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = \left(42x^2 - 70x\right) \cdot \left(2x^3 - 5x^2 + 1\right)^6$

5) $y = \dfrac{x - 1}{x + 3}$

$y' = \dfrac{(x-1)' \cdot (x+3) - (x-1) \cdot (x+3)'}{(x+3)^2} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{1 \cdot (x+3) - (x-1) \cdot 1}{(x+3)^2} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{x + 3 - x + 1}{(x+3)^2} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = \dfrac{4}{(x+3)^2}$

6) $y = \dfrac{x^2}{1 + x^3}$

$y' = \dfrac{(x^2)' \cdot (1 + x^3) - x^2 \cdot (1 + x^3)'}{(1 + x^3)^2} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{2x \cdot (1 + x^3) - x^2 \cdot 3x^2}{(1 + x^3)^2} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{2x + 2x^4 - 3x^4}{(1 + x^3)^2} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = \dfrac{-x^4 + 2x}{(1 + x^3)^2}$

7) $y = \dfrac{x + 1}{x^2 + 3}$

$y' = \dfrac{(x+1)' \cdot (x^2 + 3) - (x+1) \cdot (x^2 + 3)'}{(x^2 + 3)^2} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{1 \cdot (x^2 + 3) - (x+1) \cdot 2x}{(x^2 + 3)^2} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = \dfrac{x^2 + 3 - 2x^2 - 2x}{(x^2 + 3)^2} \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{-x^2 - 2x + 3}{(x^2 + 3)^2}$

8) $y = \dfrac{2}{x+1}$

$$y' = \frac{(2)' \cdot (x+1) - 2 \cdot (x+1)'}{(x+1)^2} \Rightarrow y' = \frac{0 \cdot (x+1) - 2 \cdot 1}{(x+1)^2} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$$

9) $y = \dfrac{-2x^2 + 2x}{x^2 + 3}$

$$y' = \frac{(-2x^2 + 2x)' \cdot (x^2+3) - (-2x^2+2x) \cdot (x^2+3)'}{(x^2+3)^2} \Rightarrow y' = \frac{(-4x+2) \cdot (x^2+3) - (-2x^2+2x) \cdot 2x}{(x^2+3)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-4x^3 - 12x + 2x^2 + 6 + 4x^3 - 4x^2}{(x^2+3)^2} \Rightarrow y' = \frac{-2x^2 - 12x + 6}{(x^2+3)^2}$$

10) $y = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}$

$$y' = \frac{(x^2 - 2x + 1)' \cdot (x^2 - x) - (x^2 - 2x + 1) \cdot (x^2 - x)'}{(x^2 - x)^2} \Rightarrow y' = \frac{(2x-2) \cdot (x^2 - x) - (x^2 - 2x + 1) \cdot (2x - 1)}{(x^2 - x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2x^3 - 2x^2 - 2x^2 + 2x - (2x^3 - x^2 - 4x^2 + 2x + 2x - 1)}{(x^2 - x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2x^3 - 2x^2 - 2x^2 + 2x - 2x^3 + x^2 + 4x^2 - 2x - 2x + 1}{(x^2 - x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x)^2} \Rightarrow y' = \frac{(x-1)^2}{\left[x(x-1)\right]^2} \Rightarrow y' = \frac{(x-1)^2}{x^2 \cdot (x-1)^2} \Rightarrow y' = \frac{1}{x^2} \quad (x \neq 1)$$

11) $y = \dfrac{-1}{(x+2)^2}$

$$y' = \frac{(-1)' \cdot (x+2)^2 - (-1) \cdot ((x+2)^2)'}{(x+2)^4} \Rightarrow y' = \frac{0 \cdot (x+2)^2 - (-1) \cdot 2 \cdot (x+2) \cdot 1}{(x+2)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2(x+2)}{(x+2)^4} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+2)^3}$$

12) $y = \dfrac{x}{(x^2+1)^2}$

$$y' = \frac{(x)' \cdot (x^2+1)^2 - x \cdot ((x^2+1)^2)'}{(x^2+1)^4} \Rightarrow y' = \frac{1 \cdot (x^2+1)^2 - x \cdot 2 \cdot (x^2+1) \cdot 2x}{(x^2+1)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{(x^2+1)^2 - 4x^2 \cdot (x^2+1)}{(x^2+1)^4} \Rightarrow y' = \frac{(x^2+1) \cdot [(x^2+1) - 4x^2]}{(x^2+1)^4} \Rightarrow y' = \frac{(x^2+1) - 4x^2}{(x^2+1)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{1 - 3x^2}{(x^2+1)^3}$$

13) $y=\dfrac{2-x}{\left(x^2-3\right)^5}$

$$y'=\frac{(2-x)'\cdot(x^2-3)^5-(2-x)\cdot((x^2-3)^5)'}{(x^2-3)^{10}} \Rightarrow y'=\frac{-1\cdot(x^2-3)^5-(2-x)\cdot 5\cdot(x^2-3)^4\cdot 2x}{(x^2-3)^{10}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-(x^2-3)^5-10x\cdot(2-x)\cdot(x^2-3)^4}{(x^2-3)^{10}} \Rightarrow y'=\frac{(x^2-3)^4\cdot[-(x^2-3)-10x\cdot(2-x)]}{(x^2-3)^{10}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-(x^2-3)-10x\cdot(2-x)}{(x^2-3)^6} \Rightarrow y'=\frac{-x^2+3-20x+10x^2}{(x^2-3)^6} \Rightarrow y'=\frac{9x^2-20x+3}{(x^2-3)^6}$$

14) $y=\dfrac{2-x^2}{\left(x^2+1\right)^3}$

$$y'=\frac{(2-x^2)'\cdot(x^2+1)^3-(2-x^2)\cdot((x^2+1)^3)'}{(x^2+1)^6} \Rightarrow y'=\frac{-2x\cdot(x^2+1)^3-(2-x^2)\cdot 3\cdot(x^2+1)^3\cdot 2x}{(x^2+1)^6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-2x(x^2+1)^3-6x\cdot(2-x^2)\cdot(x^2+1)^2}{(x^2+1)^6} \Rightarrow y'=\frac{(x^2+1)^2\cdot[-2x(x^2+1)-6x\cdot(2-x^2)]}{(x^2+1)^6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-2x(x^2+1)-6x\cdot(2-x^2)}{(x^2-3)^4} \Rightarrow y'=\frac{-2x^3-2x-12x++6x^3}{(x^2+1)^4} \Rightarrow y'=\frac{4x^3-14x}{(x^2+1)^4}$$

15) $y=\dfrac{16}{x^2(x-4)}$

$$y'=\frac{(16)'\cdot(x^2(x-4))-16\cdot(x^2(x-4))'}{[x^2(x-4)]^2} \Rightarrow y'=\frac{0\cdot(x^2(x-4))-16\cdot[2x\cdot(x-4)+x^2\cdot 1]}{x^4(x-4)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-16\cdot(2x^2-8x+x^2)}{x^4(x-4)^2} \Rightarrow y'=\frac{-16\cdot(3x^2-8x)}{x^4(x-4)^2} \Rightarrow y'=\frac{-48x^2+128x}{x^4(x-4)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{x\cdot(-48x+128)}{x^4(x-4)^2} \Rightarrow y'=\frac{128-48x}{x^3(x-4)^2}$$

16) $y=x^{\frac{2}{3}}\cdot x^{-\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{2}{6}} \Rightarrow y=x^{\frac{2}{3}}$

$$y'=\frac{2}{3}\cdot x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y'=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow y'=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

17) $y=x^{-2}+x^{-3}-x^{-4}$

$$y'=-2\cdot x^{-3}-3\cdot x^{-4}+4\cdot x^{-5} \Rightarrow y'=-\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x^4}+\frac{4}{x^5}$$

18) $y=\dfrac{3x}{\ln x}$

$$y'=\frac{(3x)'\cdot\ln x-3x\cdot(\ln x)'}{(\ln x)^2}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{3\cdot\ln x-3x\cdot\frac{1}{x}}{(\ln x)^2}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{3\ln x-3}{(\ln x)^2}$$

19) $y=\sqrt{x^2+3}$

$$y'=\frac{1}{2\sqrt{x^2+3}}\cdot(x^2+3)'\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2\sqrt{x^2+3}}\cdot(2x)'\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$$

20) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

$$y'=\frac{(1)'\cdot(\sqrt{x+1})-1\cdot(\sqrt{x+1})'}{(\sqrt{x+1})^2}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{0\cdot(\sqrt{x+1})-1\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\cdot 1}{(x+1)}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{(x+1)}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{-1}{2(x+1)\sqrt{x+1}}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{-1}{2\sqrt{(x+1)^3}}$$

21) $y=x\sqrt{x^2-1}$

$$y'=(x)'\cdot\sqrt{x^2-1}+x\cdot(\sqrt{x^2-1})'\quad\Rightarrow\quad y'=1\cdot\sqrt{x^2-1}+x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\cdot 2x\quad\Rightarrow\quad y'=\sqrt{x^2-1}+\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{(\sqrt{x^2-1})^2+x^2}{\sqrt{x^2-1}}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{x^2-1+x^2}{\sqrt{x^2-1}}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2x^2-1}{\sqrt{x^2-1}}$$

22) $y=2\ln(3x+5)$

$$y'=2\cdot\frac{1}{3x+5}\cdot(3x+5)'\quad\Rightarrow\quad y'=2\cdot\frac{1}{3x+5}\cdot 3\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{6}{3x+5}$$

23) $y=\ln(x+3)$

$$y'=\frac{1}{x+3}\cdot(x+3)'\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{x+3}\cdot 1\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{x+3}$$

24) $y=\ln(x^2-3x)$

$$y'=\frac{1}{x^2-3x}\cdot(x^2-3x)'\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{x^2-3x}\cdot(2x-3)\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2x-3}{x^2-3x}$$

25) $y=\ln\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow y=\ln 1-\ln x \Rightarrow y=-\ln x$

$y'=-\frac{1}{x}$

26) $y=\ln\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right) \Rightarrow y=\ln(x+1)-\ln(x^2-1)$

$y'=\frac{1}{x+1}\cdot(x+1)'-\frac{1}{x^2-1}\cdot(x^2-1)' \Rightarrow y'=\frac{1}{x+1}\cdot 1-\frac{1}{x^2-1}\cdot 2x \Rightarrow y'=\frac{1}{x+1}-\frac{2x}{x^2-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow y'=\frac{1}{x+1}-\frac{2x}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow y'=\frac{x-1-2x}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow y'=\frac{-x-1}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow$

$\Rightarrow y'=\frac{-(x+1)}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow y'=-\frac{1}{x-1}$

27) $y=5\ln e^{x^3} \Rightarrow y=5x^3$

$y'=15x^2$

28) $y=e^{x^2+2x-1}$

$y'=e^{x^2+2x-1}\cdot(x^2+2x-1)' \Rightarrow y'=e^{x^2+2x-1}\cdot(2x+2) \Rightarrow y'=(2x+2)\cdot e^{x^2+2x-1}$

29) $y=e^{\ln x} \Rightarrow y=x$

$y'=1$

30) $y=e^{-\text{sen}x}$

$y'=e^{-\text{sen}\,x}\cdot(-\text{sen}\,x)' \Rightarrow y'=e^{-\text{sen}\,x}\cdot(-\cos x) \Rightarrow y'=-\cos x\cdot e^{-\text{sen}\,x}$

31) $y=e^{1/x}$

$y'=e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)' \Rightarrow y'=e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(\frac{0\cdot x-1\cdot 1}{x^2}\right) \Rightarrow y'=e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) \Rightarrow y'=-\frac{1}{x^2}\cdot e^{\frac{1}{x}}$

32) $y=x^2\cdot\text{sen}\,x$

$y'=(x^2)'\cdot\text{sen}\,x+x^2\cdot(\text{sen}\,x)' \Rightarrow y'=2x\cdot\text{sen}\,x+x^2\cdot\cos x \Rightarrow y'=x\cdot(2\text{sen}\,x+x\cos x)$

33) $y=x^3\cdot\cos x$

$y'=(x^3)'\cdot\cos x+x^3\cdot(\cos x)' \Rightarrow y'=3x^2\cdot\cos x+x^3\cdot(-\text{sen}\,x) \Rightarrow y'=x^2\cdot(3\cos x-x\cdot\text{sen}\,x)$

34) $y = \text{sen}\, x \cdot \cos x$

$y' = (\text{sen}\, x)' \cdot \cos x + \text{sen}\, x \cdot (\cos x)' \quad \Rightarrow \quad y' = \cos x \cdot \cos x + \text{sen}\, x \cdot (-\text{sen}\, x) \quad \Rightarrow \quad y' = \cos^2 x - \text{sen}^2 x$

35) $y = \cos(x+1)^2$

$y' = -\text{sen}(x+1)^2 \cdot ((x+1)^2)' \quad \Rightarrow \quad y' = -\text{sen}(x+1)^2 \cdot (2 \cdot (x+1) \cdot 1) \quad \Rightarrow \quad y' = -2(x+1) \cdot \text{sen}(x+1)^2$

36) $y = -5e^{\frac{2-3x}{10}}$

$y' = -5 \cdot e^{\frac{2-3x}{10}} \cdot \left(\dfrac{2-3x}{10}\right)' \quad \Rightarrow \quad y' = -5 \cdot e^{\frac{2-3x}{10}} \cdot \left(\dfrac{-3}{10}\right) \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{3}{2} \cdot e^{\frac{2-3x}{10}}$

37) $y = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{2x+1}}} \quad \Rightarrow \quad y = \sqrt[24]{2x+1} \quad \Rightarrow \quad y = (2x+1)^{\frac{1}{24}}$

$y' = \dfrac{1}{24} \cdot (2x+1)^{\frac{1}{24}-1} \cdot (2x+1)' \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{1}{24} \cdot (2x+1)^{-\frac{23}{24}} \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{1}{12} \cdot \dfrac{1}{(2x+1)^{\frac{23}{24}}} \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = \dfrac{1}{12\sqrt[24]{(2x+1)^{23}}}$

38) $y = \log_2(\cos(1-x))$

$y' = \dfrac{1}{\cos(1-x)} \cdot (\cos(1-x))' \cdot \log_2 e \quad \Rightarrow \quad y' = \dfrac{1}{\cos(1-x)} \cdot (-\text{sen}(1-x)) \cdot (-1) \cdot \log_2 e \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = \dfrac{\text{sen}(1-x)}{\cos(1-x)} \cdot \log_2 e \quad \Rightarrow \quad y' = [\text{tg}(1-x)] \cdot \log_2 e$

39) $y = 5\,\text{sen}^3(5x+1)^4 \quad \Rightarrow \quad y = 5\left[\text{sen}(5x+1)^4\right]^3$

$y' = 5 \cdot 3\left[\text{sen}(5x+1)^4\right]^2 \cdot (\text{sen}(5x+1)^4)' \quad \Rightarrow \quad y' = 15 \cdot \text{sen}^2(5x+1)^4 \cdot \cos(5x+1)^4 \cdot ((5x+1)^4)' \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad y' = 15 \cdot \text{sen}^2(5x+1)^4 \cdot \cos(5x+1)^4 \cdot 4 \cdot (5x+1)^3 \cdot 5 \quad \Rightarrow \quad y' = 300 \cdot (5x+1)^3 \cdot \text{sen}^2(5x+1)^4 \cdot \cos(5x+1)^4$

40) $y = 2\,\text{sen}(\cos 3x)$

$y' = 2\cos(\cos 3x) \cdot (\cos 3x)' \quad \Rightarrow \quad y' = 2\cos(\cos 3x) \cdot (-\text{sen} 3x) \cdot 3 \quad \Rightarrow \quad y' = -6 \cdot \text{sen}\, 3x \cdot \cos(\cos 3x)$

41) $y = (x^2 + 7x)^8$

$y' = 8 \cdot (x^2+7x)^7 \cdot (x^2+7x)' \quad \Rightarrow \quad y' = 8 \cdot (x^2+7x)^7 \cdot (2x+7) \quad \Rightarrow \quad y' = (16x+56) \cdot (x^2+7x)^7$

42) $y=\sqrt[3]{x^3-4x} \quad \Rightarrow \quad y=(x^3-4x)^{\frac{1}{3}}$

$$y'=\frac{1}{3}\cdot(x^3-4x)^{-\frac{2}{3}}\cdot(x^3-4x)' \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{(x^3-4x)^{\frac{2}{3}}}\cdot(3x^2-4) \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{3x^2-4}{3\sqrt[3]{(x^3-4x)^2}}$$

43) $y=\sqrt[3]{\left(x^2+7x\right)^2} \quad \Rightarrow \quad y=(x^2+7x)^{\frac{2}{3}}$

$$y'=\frac{2}{3}\cdot(x^2+7x)^{-\frac{1}{3}}\cdot(x^2+7x)' \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{(x^2+7x)^{\frac{1}{3}}}\cdot(2x+7) \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{4x+14}{3\sqrt[3]{x^2+7x}}$$

44) $y=\left(3x^2-5x\right)^{10}$

$$y'=10\cdot\left(3x^2-5x\right)^9\cdot\left(3x^2-5x\right)' \quad \Rightarrow \quad y'=10\cdot\left(3x^2-5x\right)^9\cdot(6x-5) \quad \Rightarrow \quad y'=(60x-50)\cdot\left(3x^2-5x\right)^9$$

45) $y=\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}\right)\cdot x \quad \Rightarrow \quad y=\frac{1}{x}+1$

$$y'=\frac{0\cdot x-1\cdot 1}{x^2}+0 \quad \Rightarrow \quad y'=-\frac{1}{x^2}$$

46) $y=\sqrt[3]{(1+x)^2} \quad \Rightarrow \quad y=(1+x)^{\frac{2}{3}}$

$$y'=\frac{2}{3}\cdot(1+x)^{-\frac{1}{3}}\cdot(1+x)' \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{(1+x)^{\frac{1}{3}}}\cdot 1 \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{2}{3\sqrt[3]{1+x}}$$

47) $y=2x\cdot\sqrt{5x} \quad \Rightarrow \quad y=2x\cdot\sqrt{5}\cdot x^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad y=2\sqrt{5}\cdot x^{\frac{3}{2}}$

$$y'=2\sqrt{5}\cdot\frac{3}{2}\cdot x^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad y'=3\sqrt{5}\cdot\sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad y'=3\sqrt{5x}$$

48) $y=\frac{x}{\sqrt{1+x}}$

$$y'=\frac{(x)'\cdot\sqrt{1+x}-x\cdot(\sqrt{1+x})'}{(\sqrt{1+x})^2} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{1\cdot\sqrt{1+x}-x\cdot\frac{1}{2\sqrt{1+x}}\cdot 1}{1+x} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{\sqrt{1+x}-\frac{x}{2\sqrt{1+x}}}{1+x} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad y'=\frac{\frac{2(\sqrt{1+x})^2-x}{2\sqrt{1+x}}}{1+x} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{2(1+x)-x}{2(1+x)\sqrt{1+x}} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{2+2x-x}{2\sqrt{(1+x)^2\cdot(1+x)}} \quad \Rightarrow \quad y'=\frac{x+2}{2\sqrt{(1+x)^3}}$$

49) $y=\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)^2$

$$y'=2\cdot\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)^1\cdot\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)' \Rightarrow y'=2\cdot\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}\cdot(-2x)\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=2\cdot\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)\cdot\left(1+\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) \Rightarrow y'=2\cdot\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{1-x^2}+x}{\sqrt{1-x^2}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=2\cdot\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)\cdot\left(\frac{x+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}\right) \Rightarrow y'=\frac{2(x-\sqrt{1-x^2})(x+\sqrt{1-x^2})}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{2\cdot\left[(x)^2-(\sqrt{1-x^2})^2\right]}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow y'=\frac{2\cdot(x^2-1+x^2)}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow y'=\frac{4x^2-2}{\sqrt{1-x^2}}$$

50) $y=\dfrac{a+\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}}$

$$y'=\frac{(a+\sqrt{x})'\cdot(a-\sqrt{x})-(a+\sqrt{x})\cdot(a-\sqrt{x})'}{(a-\sqrt{x})^2} \Rightarrow y'=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot(a-\sqrt{x})-(a+\sqrt{x})\cdot\left(-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(a-\sqrt{x})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{\frac{a-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}+\frac{a+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}}{(a-\sqrt{x})^2} \Rightarrow y'=\frac{\frac{a-\sqrt{x}+a+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}}{(a-\sqrt{x})^2} \Rightarrow y'=\frac{\frac{2a}{2\sqrt{x}}}{(a-\sqrt{x})^2} \Rightarrow y'=\frac{\frac{a}{\sqrt{x}}}{(a-\sqrt{x})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{a}{\sqrt{x}(a-\sqrt{x})^2}$$

51) $y=\sqrt{1+\sqrt{x}}$

$$y'=\frac{1}{2\sqrt{1+\sqrt{x}}}\cdot(1+\sqrt{x})' \Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{1+\sqrt{x}}}\cdot\left(0+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{1+\sqrt{x}}}\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{4\sqrt{1+\sqrt{x}}\cdot\sqrt{x}} \Rightarrow y'=\frac{1}{4\sqrt{x\cdot(1+\sqrt{x})}}$$

52) $y=\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)^2$

$$y'=2\cdot\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)^1\cdot\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)' \Rightarrow y'=2\cdot\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)\cdot\left(\frac{2x\cdot(4x+2)-(x^2+2)\cdot 4}{(4x+2)^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=2\cdot\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)\cdot\left(\frac{8x^2+4x-4x^2-8}{(4x+2)^2}\right) \Rightarrow y'=2\cdot\left(\frac{x^2+2}{4x+2}\right)\cdot\left(\frac{4x^2+4x-8}{(4x+2)^2}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{2\cdot(x^2+x-2)\cdot 4\cdot(x^2+2)}{(4x+2)^3} \Rightarrow y'=\frac{8\cdot(x^2+x-2)\cdot(x^2+2)}{(2(2x+1))^3} \Rightarrow y'=\frac{8\cdot(x^2+x-2)(x^2+2)}{8(2x+1)^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{(x^2+x-2)(x^2+2)}{(2x+1)^3}$$

53) $y=\frac{x^6}{(3x+2)^2}$

$$y'=\frac{(x^6)'\cdot(3x+2)^2-x^6\cdot\left((3x+2)^2\right)'}{(3x+2)^4} \Rightarrow y'=\frac{6x^5\cdot(3x+2)^2-x^6\cdot 2\cdot(3x+2)\cdot 3}{(3x+2)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{6x^5\cdot(3x+2)^2-6x^6\cdot(3x+2)}{(3x+2)^4} \Rightarrow y'=\frac{(3x+2)\cdot\left[6x^5(3x+2)-6x^6\right]}{(3x+2)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{6x^5(3x+2)-6x^6}{(3x+2)^3} \Rightarrow y'=\frac{18x^6+12x^5-6x^6}{(3x+2)^3} \Rightarrow y'=\frac{12x^6+12x^5}{(3x+2)^3}$$

54) $y=\ln(1+x^2)$

$$y'=\frac{1}{1+x^2}\cdot(1+x^2)' \Rightarrow y'=\frac{1}{1+x^2}\cdot 2x \Rightarrow y'=\frac{2x}{1+x^2}$$

55) $y=\ln\left(\frac{3-5x}{2x+7}\right) \Rightarrow y=\ln(3-5x)-\ln(2x+7)$

$$y'=\frac{1}{3-5x}\cdot(3-5x)'-\frac{1}{2x+7}\cdot(2x+7)' \Rightarrow y'=\frac{1}{3-5x}\cdot(-5)-\frac{1}{2x+7}\cdot(2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-5}{3-5x}-\frac{2}{2x+7} \Rightarrow y'=\frac{-5(2x+7)-2(3-5x)}{(3-5x)(2x+7)} \Rightarrow y'=\frac{-10x-35-6+10x}{(3-5x)(2x+7)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-41}{(3-5x)(2x+7)}$$

56) $y=\ln\left(\dfrac{x}{x^2+4}\right) \quad\Rightarrow\quad y=\ln x-\ln(x^2+4)$

$$y'=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+4}\cdot(x^2+4)' \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+4}\cdot(2x) \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{x}-\frac{2x}{x^2+4} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1\cdot(x^2+4)-2x\cdot(x)}{x(x^2+4)} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{x^2+4-2x^2}{x(x^2+4)} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{-x^2+4}{x^3+4x}$$

57) $y=\ln\left(\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right) \quad\Rightarrow\quad y=\ln(1+\sqrt{x})-\ln(1-\sqrt{x})$

$$y'=\frac{1}{1+\sqrt{x}}\cdot(1+\sqrt{x})' - \frac{1}{1-\sqrt{x}}\cdot(1-\sqrt{x})' \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{1+\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{1-\sqrt{x}}\cdot\left(-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2\sqrt{x}+2x}+\frac{1}{2\sqrt{x}-2x} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2\sqrt{x}-2x+2\sqrt{x}+2x}{(2\sqrt{x}+2x)(2\sqrt{x}-2x)} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{4\sqrt{x}}{(2\sqrt{x})^2-(2x)^2} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{4\sqrt{x}}{4x-4x^2} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{4\sqrt{x}}{4(x-x^2)} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{\sqrt{x}}{x(1-x)}$$

58) $y=\ln\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}} \quad\Rightarrow\quad y=\ln\left(\dfrac{1+x^2}{1-x^2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad\Rightarrow\quad y=\dfrac{1}{2}\left[\ln(1+x^2)-\ln(1-x^2)\right]$

$$y'=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+x^2}\cdot(1+x^2)'-\frac{1}{1-x^2}\cdot(1-x^2)'\right] \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+x^2}\cdot 2x-\frac{1}{1-x^2}\cdot(-2x)\right] \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{2x}{1+x^2}+\frac{2x}{1-x^2}\right] \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{2x(1-x^2)+2x(1+x^2)}{(1+x^2)(1-x^2)}\right] \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{2x-2x^3+2x+2x^3}{(1)^2-(x^2)^2}\right] \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{4x}{1-x^4}\right] \quad\Rightarrow\quad y=\frac{4x}{2(1-x^4)} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2x}{1-x^4}$$

59) $y=e^{-x^2}$

$$y'=e^{-x^2}\cdot(-x^2)' \quad\Rightarrow\quad y'=e^{-x^2}\cdot(-2x) \quad\Rightarrow\quad y'=-2x\cdot e^{-x^2}$$

60) $y=(x^2+1)\cdot e^{2x}$

$$y'=(x^2+1)'\cdot e^{2x}+(x^2+1)\cdot(e^{2x})' \quad\Rightarrow\quad y'=2x\cdot e^{2x}+(x^2+1)\cdot e^{2x}\cdot 2 \quad\Rightarrow\quad y'=2x\cdot e^{2x}+(2x^2+2)\cdot e^{2x} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=e^{2x}\cdot(2x+2x^2+2) \quad\Rightarrow\quad y'=(2x^2+2x+2)\cdot e^{x^2}$$

61) $y=e^{\sqrt{x}}$

$$y'=e^{\sqrt{x}}\cdot\left(\sqrt{x}\right)' \quad\Rightarrow\quad y'=e^{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} \quad\Rightarrow\quad y'=\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

62) $y=\dfrac{e^x}{1+e^x}$

$$y'=\frac{(e^x)'\cdot(1+e^x)-e^x\cdot(1+e^x)'}{(1+e^x)^2}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{e^x\cdot(1+e^x)-e^x\cdot e^x}{(1+e^x)^2}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{e^x+e^{2x}-e^{2x}}{(1+e^x)^2}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$

63) $y=\ln\left(\dfrac{1-e^x}{1+e^x}\right)\quad\Rightarrow\quad y=\ln(1-e^x)-\ln(1+e^x)$

$$y'=\frac{1}{1-e^x}\cdot(1-e^x)'-\frac{1}{1+e^x}\cdot(1+e^x)'\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{1-e^x}\cdot(-e^x)-\frac{1}{1+e^x}\cdot(e^x)\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{-e^x}{1-e^x}-\frac{e^x}{1+e^x}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{-e^x(1+e^x)-e^x(1-e^x)}{(1-e^x)(1+e^x)}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{-e^x-e^{2x}-e^x+e^{2x}}{(1)^2-(e^x)^2}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{-2e^x}{1-e^{2x}}\Rightarrow y'=-\frac{2e^x}{1-e^{2x}}$$

64) $y=\ln\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}\quad\Rightarrow\quad y=\ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{1}{2}}\quad\Rightarrow\quad y=\dfrac{1}{2}\left[\ln(1+x)-\ln(1-x)\right]$

$$y'=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+x}\cdot1-\frac{1}{1-x}\cdot(-1)\right]\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1-x}\right]\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{1(1-x)+1(1+x)}{(1+x^2)(1-x^2)}\right]\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{1-x+1+x}{(1)^2-(x)^2}\right]\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}\left[\frac{2}{1-x^2}\right]\Rightarrow y=\frac{1}{1-x^2}$$

65) $y=(1+x)^x\rightarrow$ Derivación logarítmica

- Tomamos logaritmos neperianos: $\ln y=\ln(1+x)^x$
- Aplicamos propiedades de los logaritmos: $\ln y=x\cdot\ln(1+x)$
- Derivamos:

$$\frac{1}{y}\cdot y'=1\cdot\ln(1+x)+x\cdot\frac{1}{1+x}\quad\Rightarrow\quad\frac{y'}{y}=\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}\quad\Rightarrow\quad y'=y\cdot\left[\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}\right]\quad\underset{y=(1+x)^x}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow\quad y'=(1+x)^x\cdot\left[\ln(1+x)+\frac{x}{1+x}\right]$$

66) $y=\ln^2 x\quad\Rightarrow\quad y=(\ln x)^2$

$$y'=2\cdot(\ln x)^1\cdot(\ln x)'\quad\Rightarrow\quad y'=2\cdot(\ln x)\cdot\frac{1}{x}\quad\Rightarrow\quad y'=\frac{2\ln x}{x}$$

67) $y=\ln^3\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right) \quad \Rightarrow \quad y=\left[\ln\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right)\right]^3 \quad \Rightarrow \quad y=\left[\ln(3x^2-1)-\ln(2x)\right]^3$

$$y'=3\cdot\left[\ln(3x^2-1)-\ln(2x)\right]^2\cdot\left(\ln(3x^2-1)-\ln(2x)\right)' \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad y'=3\cdot\left[\ln(3x^2-1)-\ln(2x)\right]^2\cdot\left[\frac{1}{3x^2-1}\cdot 6x-\frac{1}{2x}\cdot 2\right] \quad \Rightarrow \quad y'=3\cdot\left[\ln\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right)\right]^2\cdot\left[\frac{6x}{3x^2-1}-\frac{1}{x}\right] \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad y'=3\cdot\ln^2\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right)\cdot\left[\frac{6x^2-3x^2+1}{x(3x^2-1)}\right] \quad \Rightarrow \quad y'=3\cdot\ln^2\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right)\cdot\left[\frac{3x^2+1}{x(3x^2-1)}\right] \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad y'=\frac{9x^2+3}{3x^3-x}\cdot\ln^2\left(\frac{3x^2-1}{2x}\right)$$

68) $y=\text{sen}^2 x \quad \Rightarrow \quad y=(\text{sen}\ x)^2$

$$y'=2\cdot(\text{sen}\ x)^1\cdot\cos x \quad \Rightarrow \quad y'=2\cdot\text{sen}\ x\cdot\cos x \quad \Rightarrow \quad y'=\text{sen}\ 2x$$

69) $y=\cos x^2$

$$y'=-\text{sen}\ x^2\cdot(x^2)' \quad \Rightarrow \quad y'=-\text{sen}\ x^2\cdot(2x) \quad \Rightarrow \quad y'=-2x\cdot\text{sen}\ x^2$$

70) $y=\text{sen}\left(x^2+3x\right)$

$$y'=\cos\left(x^2+3x\right)\cdot\left(x^2+3x\right)' \quad \Rightarrow \quad y'=\cos\left(x^2+3x\right)\cdot\left(2x+3\right) \quad \Rightarrow \quad y'=(2x+3)\cdot\cos\left(x^2+3x\right)$$