

1. Dado el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} x + ay + az = a \\ x + y + z = a \\ ay + 2z = a \end{cases}$$

a) Discutir el sistema en función de los valores del parámetro “a”.

b) Resuelve el sistema de ecuaciones para  $a = 4$ .

2. Una empresa láctea se plantea la producción de dos nuevas bebidas A y B. Producir un litro de la bebida A cuesta 2 €, mientras que producir un litro de bebida B cuesta 0,5 €. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6 millones de litros en total de ambas bebidas, aunque del tipo B no podrán producirse (por limitaciones técnicas) más de 5 millones y debido al coste de producción no es posible elaborar más de 8 millones de litros en total de ambas bebidas. Además, se desea producir una cantidad de bebida B mayor o igual que la cantidad de bebida A. ¿Cuántos litros habrá que producir de cada tipo de bebida para que el coste de producción sea mínimo? Calcúlese dicho coste mínimo. Justifíquense las respuestas.

3. Dada la función 
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x} & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad y la derivabilidad de  $f(x)$

b) Calcula  $\int_1^4 f(x) dx$

4. Responde a las siguientes cuestiones:

a) Dada  $f(x) = 2x^3 - ax^2 + bx + 3$ , determina, razonadamente, los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f(x)$  tiene un extremo relativo en  $x = -2$  y un punto de inflexión en  $x = -\frac{1}{3}$ . ¿Qué tipo de extremo relativo presenta en  $x = -2$ ?

b) Determina la ecuación de la recta tangente a  $f(x) = 3 - x^2 + \ln x$  paralela a la recta  $r: x + y - 2 = 0$

5. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ m & -2 & 1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de “m” la matriz  $A$  es invertible? Razona la respuesta

b) Para  $m = 0$  calcúlese el determinante de la matriz  $B^t \cdot A^{-1} \cdot B - 2I$  siendo  $I$  la matriz identidad de orden